

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO  
SUCKOW DA FONSECA – CEFET/RJ**

**Estudo dos Efeitos Não-Lineares na  
Geração de Energia Limpa através de  
Materiais Piezelétricos**

Gabriel Xavier Gonçalves Borges  
Luã Guedes Costa

Orientadores: Luciana Loureiro da Silva Monteiro  
Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco

**Rio de Janeiro  
Dezembro de 2017**

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO  
SUCKOW DA FONSECA – CEFET/RJ**

**Estudo dos Efeitos Não-Lineares na  
Geração de Energia Limpa através de  
Materiais Piezelétricos**

Gabriel Xavier Gonçalves Borges  
Luã Guedes Costa

Projeto final apresentado em cumprimento às normas  
do Departamento de Educação Superior do CEFET/RJ, como  
parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel  
em Engenharia Mecânica.

Orientadores: Luciana Loureiro da Silva Monteiro  
Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco

**Rio de Janeiro  
Dezembro de 2017**

## RESUMO

A utilização de vibrações mecânicas na geração de energia limpa e renovável através de materiais piezelétricos é um método conhecido como *Energy Harvesting*. Esse conceito vem sendo aprimorado na área dos materiais inteligentes, pois a utilização de energia vibracional é uma potencial solução em engenharia para geração de energia limpa. Com os avanços tecnológicos das últimas décadas foram desenvolvidos diversos dispositivos de baixa potência, como os sensores e atuadores, que são um exemplo da aplicação desse estudo. Apesar disso, sua baixa eficiência energética ainda é um desafio aos pesquisadores e, uma alternativa utilizada por outros autores é aplicação de agentes externos no sistema a fim de aumentar a eficiência dos dispositivos piezelétricos através de não linearidades. O presente projeto lida com a introdução de ímãs permanentes ao sistema a fim de investigar tais efeitos não-lineares.

**Palavras-chave:** Sistemas não-lineares, Colheita de Energia, Piezomagnetoelásticos, Materiais Inteligentes.

## **ABSTRACT**

The use of mechanical vibration in the generation of clean and renewable energy through piezoelectric materials is called Energy Harvesting. This concept has been improved in the area of intelligent materials, as the use of vibrational energy is a potential engineering solution for clean energy generation. Following the technological advances of the last decades, several low-power devices, such as sensors and actuators, have been developed, which are an example of the application of this study. Despite this, its low energy efficiency is still a challenge to researchers, and an alternative used by other authors is the application of external agents in the system in order to increase the efficiency of piezoelectric devices through nonlinearities. The present project deals with the introduction of magnets to the system in order to investigate non-linear effects.

**Keywords:** Non-linear systems, Energy Harvesting, Piezomagnetoelastic, Intelligent Materials.

## **AGRADECIMENTOS**

### **Agradecimentos Gerais**

À Instituição CEFET/RJ por possibilitar o ensino de forma gratuita e por proporcionar toda a infraestrutura necessária para a realização desse trabalho.

À CAPES e CNPq por incentivarem a pesquisa ao tema discutido nesse texto.

### **Luã Guedes**

Aos meus pais João e Suely, que sem o amor, sacrifício, incentivo e suporte seria impossível chegar a esse momento.

Agradeço a Ana Carolina por me mostrar que é possível quebrar barreiras e seguir os mais profundos sonhos. Pelo carinho e pela paciência que sempre me acalmam nos momentos mais turbulentos.

Aos meus amigos Antonio, Breno, Claudio, James, Louise e Marcos que sempre proporcionam as conversas mais divertidas, complexas e profundas, dignas de horas de raciocínio e alegria.

Agradeço a minha Tia Joana, pela capacidade de transmitir carinho mesmo de longe, através de seus doces e mensagens.

Não poderia deixar de agradecer aos meus familiares, que de perto ou de longe, contribuíram para formar a pessoa que sou hoje.

À Professora Luciana pelo incentivo, pela paciência, por sempre acreditar em meu potencial, e por me apresentar a esse mundo intrigante dos materiais inteligentes.

Ao Professor Pedro, pela orientação, pela disponibilidade e paciência. Pelas ótimas críticas e direcionamentos dados ao longo desse trabalho.

Agradeço aos colegas do LACTM e ao Virgílio Caetano, do MECANON, pelas ricas discussões a respeito dos materiais piezelétricos.

Por fim, agradeço ao Gabriel Xavier que compartilhou comigo a experiência de pesquisar, analisar e dissertar sobre esse trabalho.

## **Gabriel Xavier**

Primeiramente, agradeço a Deus por me permitir realizar e concluir esse trabalho, por ter me dado força e esperança diante das dificuldades encontradas.

Agradeço aos meus pais por todo suporte financeiro que me permitiu realizar esse curso e conseqüentemente este trabalho.

Agradeço a minha esposa por todo suporte emocional e pela paciência pelos dias e madrugadas que foram dedicados a criação desse trabalho.

Agradeço aos professores que coordenaram esse trabalho, em especial a professora Luciana Loureiro Monteiro da Silva, que considero uma referência e exemplo de dedicação a sua profissão, que inspira novos educadores.

Agradeço aos meus companheiros do LACTM, em especial aos senhores, Arthur Adeodato e Brenno Duarte que participaram ativamente da criação e desenvolvimento de diversas etapas desse trabalho.

Agradeço ao meu companheiro de trabalho Luã Costas Guedes, por sua dedicação e esforço, sem os quais não seria possível a conclusão desse trabalho.

# SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS .....	IX
LISTA DE TABELAS .....	XIV
1 Introdução.....	1
1.1 Objetivos .....	3
2 O Estado da Arte – Uma Revisão Bibliográfica .....	5
3 Fundamentos Teóricos .....	14
3.1 A Piezeletricidade .....	14
3.2 Os Osciladores Duffing.....	18
4 Metodologia Experimental .....	20
4.1 Materiais e Equipamentos Experimentais .....	21
4.2 Metodologia Experimental do Sistema Linear .....	24
4.3 Metodologia Experimental do Sistema Não-Linear .....	25
5 Resultados Experimentais .....	26
5.1 Sistema Piezelétrico Linear .....	26
5.2 Sistema Piezelétrico Não-Linear .....	29
6 Análise Numérica em Elementos Finitos .....	36
6.1 Análise Magnetoestática .....	36
6.1.1 Análise de Convergência .....	38
6.1.2 Resultados da Análise Magnetoestática.....	41
6.2 Análise do Sistema Piezelástico (Linear).....	43
6.2.1 Análise de Convergência .....	46
6.2.2 Análise Modal .....	49
6.2.3 Análise Harmônica .....	51
6.2.4 Análise Transiente .....	54
6.3 Análise do Sistema Piezomagnetoelástico (Não-Linear).....	62
6.3.1 Análise Transiente Não-Linear.....	66

Conclusões.....	82
Referências Bibliográficas .....	84
APÊNDICE A: Lista de Comandos Utilizados para Análise Transiente.....	88

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Efeito Piezelétrico ( <a href="http://fontesalternativaspth.blogspot.com.br">http://fontesalternativaspth.blogspot.com.br</a> ) .....	1
Figura 2.1 – Viga Piezelétrico do tipo Cantilever Bimorph. (Ajitsaria et al., 2007) .....	7
Figura 2.2 – Esquema do coletor piezomagnetoelástico (Ertruk e Inman, 2010). .....	11
Figura 3.1 – Célula unitária de Perovskita (CaTiO <sub>3</sub> ). .....	14
Figura 3.2 – Convenção de eixos utilizada.....	16
Figura 3.3 – Modos de operação de um piezelétrico. (Silva et al., 2013).....	17
Figura 3.4 – Processo de Polarização de um material piezelétrico sintético. (American Piezo, adaptada. <a href="https://www.americanpiezo.com">https://www.americanpiezo.com</a> ).....	17
Figura 3.5 – Função Potencial para diferentes valores de $\alpha$ e $\beta$ . (De Paula et al, 2015).....	19
Figura 3.6 – Dinâmica Linear e Não-Linear do Sistema (Silva, Luciana L.M. da, 2017).....	19
Figura 4.1 - Modelos físicos utilizados em cada etapa do experimento. a) Estrutura suporte simples, b) Estrutura com viga piezelétrica e c) Estrutura e viga piezelétrica com magnetos. 20	
Figura 4.2 - Equipamentos experimentais utilizados. ....	21
Figura 4.3 - Viga Piezelétrica modelo Midé Vulture V22BL (medidas em polegadas). ....	22
Figura 4.4 – Placa com resistências variáveis. ....	22
Figura 4.5 – Ímãs de diferentes geometrias e formas disponíveis. ....	23
Figura 4.6 – Aparato experimental final. ....	23
Figura 5.1 - Resultado Experimental. Gráfico de Tensão Elétrica ( $V$ ) x Frequência ( $Hz$ ) a taxa de varredura de $0,02 Hz/s$ . ....	26
Figura 5.2 - Resultado Experimental. Gráfico de deslocamento ( $mm$ ) x Frequência ( $Hz$ ) a taxa de varredura de $0,02 Hz/s$ . ....	27
Figura 5.3 - Resultado Experimental. Gráfico de Tensão Elétrica ( $V$ ) x Frequência ( $Hz$ ) para aceleração de $0,4g$ . ....	28
Figura 5.4 - Resultado Experimental. Gráfico de deslocamento ( $mm$ ) x Frequência ( $Hz$ ) para aceleração de $0,4g$ . ....	28
Figura 5.5 - Resultado Experimental. Gráfico da Tensão Elétrica ( $V$ ) x Frequência ( $Hz$ ) para diferentes Resistências Elétricas. ....	29
Figura 5.6 - Resultado Experimental. Gráfico do Deslocamento ( $mm$ ) x Frequência ( $Hz$ ) e graficos adicionais com ampliação de diferentes regiões de interesse. ....	30
Figura 5.7 - Resultado Experimental. Gráfico da Tensão Elétrica ( $V$ ) x Frequência ( $Hz$ ).....	31

Figura 5.8 - Resultado Experimental. Gráfico de da Potência Elétrica ( $\mu W$ ) x Frequência ( $Hz$ ). .....	31
Figura 5.9 – Resultado Experimental. (a) Comportamento Linear e (b) Não-Linear do Sistema. .....	32
Figura 5.10 – Diagrama de Espaço de fase e Poincaré para as frequências (a) 18,9 $Hz$ e (b) 19,1 $Hz$ . .....	33
Figura 5.11 – Diagrama de Espaço de fase e Poincaré para as Frequências: (a) 19,2 $Hz$ e (b) 19,3 $Hz$ . .....	33
Figura 5.12 – Diagrama de Espaço de fase e Poincaré para as Frequências: (a) 19,5 $Hz$ e (b) 19,9 $Hz$ . .....	33
Figura 5.13 – Diagrama de Espaço de Fase para as Frequências 18,9, 19,4 e 19,5 [ $Hz$ ]. .....	34
Figura 5.14 – Diagrama de Bifurcação da Potência ( $mV$ ) x Frequência ( $Hz$ ) e Espaços de Fase para as Frequências 18,9, 19,3, 19,5 e 19,9 [ $Hz$ ]. .....	35
Figura 5.14 – Diagrama de Bifurcação da Potência Média ( $mV$ ) x Frequência ( $Hz$ ). .....	35
Figura 6.1 – Geometria do Elemento SOLID236. (ANSYS Academic, Release 18.2, Element Library, SOLID 236). .....	37
Figura 6.2 – Geometria utilizada para a análise de convergência de malha .....	38
Figura 6.3 – Convergência de Malha – Densidade de Fluxo Magnético B .....	39
Figura 6.4 – Densidade de Fluxo Magnético B (Tesla) .....	39
Figura 6.5 – Vetores Fluxo Magnético B – Apenas massas magnéticas selecionadas. .....	40
Figura 6.6 – Vetores Fluxo Magnético B – Todo o sistema selecionado. .....	40
Figura 6.7 – Convergência de Malha – Força entre dois ímãs F .....	41
Figura 6.8 – Forças atuantes entre as massas magnéticas. .....	42
Figura 6.9 – Geometria do sistema linear de coleta de energia. .....	43
Figura 6.10 – Opções de Utilização do elemento CIRCU94 (Ansys Academic, Release 18.2, Element Library, CIRCU94). .....	45
Figura 6.11 – Convergência de Malha – Tensão Equivalente de Von Mises (Pa). .....	47
Figura 6.12 – Modelo Discretizado ( $VnDiv = 20$ ). .....	47
Figura 6.13 – Condições de Contorno e Acoplamento .....	48
Figura 6.14 – Dois primeiros modos de vibrar para o dispositivo de colheita de energia linear para o caso de circuito aberto ( $R \rightarrow \infty$ ). .....	50
Figura 6.15 – Resposta do Sistema Linear de colheita de energia. Espectro de frequências. .....	52

Figura 6.16 – Resposta do sistema linear de colheita de energia com a adição de uma massa de prova de $m = 3,75 \times 10^{-3} \text{ kg}$ . Espectro de frequências. ....	53
Figura 6.17 – Variação do Potencial Elétrico ( $V$ ) em função da Frequência ( $Hz$ ) para diferentes valores de resistência elétrica ( $k\Omega$ ). ....	54
Figura 6.18 – Potencial Elétrico gerado pelo dispositivo Piezelástico excitado a $70 \text{ Hz}$ . (a) Transiente. (b) Permanente. ....	56
Figura 6.19 – Deflexão sofrida pelo dispositivo Piezelástico excitado a $70 \text{ Hz}$ . (a) Transiente. (b) Permanente. ....	56
Figura 6.20 – Potencial Elétrico gerado pelo dispositivo Piezelástico excitado a $110 \text{ Hz}$ . (a) Transiente. (b) Permanente. ....	57
Figura 6.21 – Deflexão sofrida pelo dispositivo Piezelástico excitado a $110 \text{ Hz}$ . (a) Transiente. (b) Permanente. ....	57
Figura 6.22 – Potencial Elétrico gerado pelo dispositivo Piezelástico excitado a $115,22 \text{ Hz}$ . (a) Transiente. (b) Permanente. ....	58
Figura 6.22 – Deflexão sofrida pelo dispositivo Piezelástico excitado a $115,22 \text{ Hz}$ . (a) Transiente. (b) Permanente. ....	58
Figura 6.23 – Potencial Elétrico gerado pelo dispositivo Piezelástico excitado a $160 \text{ Hz}$ . (a) Transiente. (b) Permanente. ....	59
Figura 6.24 – Deflexão sofrida pelo dispositivo Piezelástico excitado a $160 \text{ Hz}$ . (a) Transiente. (b) Permanente. ....	59
Figura 6.25 – Espaço de Fase para (a) $70 \text{ Hz}$ , (b) $110 \text{ Hz}$ , (c) $115,22 \text{ Hz}$ , (d) $160 \text{ Hz}$ . ....	60
Figura 6.26 – Diagramas Potencial Elétrico x Velocidade x Tempo para frequências de excitação de base de (a) $70 \text{ Hz}$ , (b) $110 \text{ Hz}$ , (c) $115,22 \text{ Hz}$ , (d) $160 \text{ Hz}$ . ....	61
Figura 6.27 – Geometria do Elemento de Mola Não-Linear COMBIN39. (ANSYS Academic, Release 18.2, Element Library, COMBIN39). ....	63
Figura 6.28 – Variação da força magnética em relação a deflexão da viga na direção $z$ e pontos utilizados na definição do elemento não-linear. ....	63
Figura 6.29 – Comparação entre o comportamento da Força magnética e Força de Restauração de um Oscilador Duffing para $\alpha = 1,3 \times 10^6$ e $\beta = -200$ . ....	64
Figura 6.30 – Potencial Duffing para $\alpha = 1,3 \times 10^6$ e $\beta = -200$ . ....	65
Figura 6.31 – Modelo Piezomagnetoelástico (Não-Linear) discretizado. ....	65
Figura 6.32 – Condições de contorno e acoplamento do modelo piezomagnetoelástico. ....	66

Figura 6.33 – Comportamento Oscilatório em torno de 1 ponto de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a $f = 20 \text{ Hz}$ com amplitude $d_0 = 0,01 \text{ mm}$ . (a) Diagrama Deflexão ( $m$ ) pelo Tempo ( $s$ ). (b) Espaço de Fase.....	68
Figura 6.34 – Comportamento Oscilatório em torno de 1 ponto de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a $f = 20 \text{ Hz}$ com amplitude $d_0 = 0,15 \text{ mm}$ . (a) Diagrama Deflexão ( $m$ ) pelo Tempo ( $s$ ). (b) Espaço de Fase.....	69
Figura 6.35 – Comportamento Oscilatório Caótico em torno de 2 pontos de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a $f = 20 \text{ Hz}$ com amplitude $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . (a) Diagrama Deflexão ( $m$ ) pelo Tempo ( $s$ ). (b) Espaço de Fase. ....	70
Figura 6.36 – Potencial Elétrico ao longo do tempo e Potencial Elétrico eficaz ( $V_{rms}$ ) para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a $f = 20 \text{ Hz}$ e $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ .....	71
Figura 6.37 – Comportamento Oscilatório em torno de 2 pontos de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a $f = 10 \text{ Hz}$ com amplitude $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . Diagrama Deflexão ( $m$ ) pelo Tempo ( $s$ ). (a) Transiente. (b) Permanente.....	72
Figura 6.38 – Potencial Elétrico ao longo do tempo e Potencial Elétrico eficaz ( $V_{rms}$ ) para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a $f = 10 \text{ Hz}$ e $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . (a) Transiente. (b) Permanente. ....	72
Figura 6.39 – Comportamento Oscilatório Periódico em torno de 2 pontos de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a $f = 10 \text{ Hz}$ com amplitude $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . Espaço de Fase.....	73
Figura 6.40 – Comportamento Oscilatório em torno de 1 ponto de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a $f = 5 \text{ Hz}$ com amplitude $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . Diagrama Deflexão ( $m$ ) pelo Tempo ( $s$ ). (a) Transiente. (b) Permanente.....	74
Figura 6.41 – Potencial Elétrico ao longo do tempo e Potencial Elétrico eficaz ( $V_{rms}$ ) para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a $f = 5 \text{ Hz}$ e $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . (a) Transiente. (b) Permanente. ....	74
Figura 6.42 – Comportamento Oscilatório Periódico em torno de 1 ponto de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a $f = 5 \text{ Hz}$ com amplitude $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . Espaço de Fase.....	75
Figura 6.43 – Comportamento Oscilatório em torno de 1 ponto de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a $f = 30 \text{ Hz}$ com amplitude $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . Diagrama Deflexão ( $m$ ) pelo Tempo ( $s$ ). (a) Transiente. (b) Permanente.....	75

Figura 6.44 – Potencial Elétrico ao longo do tempo e Potencial Elétrico eficaz ( $V_{rms}$ ) para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a $f = 30 \text{ Hz}$ e $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . (a) Transiente. (b) Permanente. ....	76
Figura 6.45 – Comportamento Oscilatório Periódico em torno de 2 ponto de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a $f = 30 \text{ Hz}$ com amplitude $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . Espaço de Fase.....	76
Figura 6.46 – Comportamento Oscilatório em torno de 1 ponto de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a $f = 21,25 \text{ Hz}$ com amplitude $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . Diagrama Deflexão ( $m$ ) pelo Tempo ( $s$ ). (a) Curva Completa. (b) Fração de tempo. ....	77
Figura 6.47 – Potencial Elétrico ao longo do tempo e Potencial Elétrico eficaz ( $V_{rms}$ ) para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a $f = 21,25 \text{ Hz}$ e $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . (a) Curva Completa. (b) Fração de tempo. ....	78
Figura 6.48 – Comportamento Oscilatório caótico em torno de 1 ponto de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a $f = 21,25 \text{ Hz}$ com amplitude $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . Espaço de Fase.....	78
Figura 6.49 – Espectro de Frequência para amplitude de Potencial Elétrico para $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . ....	79
Figura 6.50 – Comparação entre espectros de frequências dos dispositivos linear e não-linear para a mesma amplitude de excitação ( $d_0 = 0.25 \text{ mm}$ ). ....	80
Figura 6.51 – Diagramas Potencial Elétrico x Velocidade x Tempo para frequências de excitação de base de (a) $5 \text{ Hz}$ , (b) $10 \text{ Hz}$ , (c) $20 \text{ Hz}$ , (d) $30 \text{ Hz}$ .....	81

## LISTA DE TABELAS

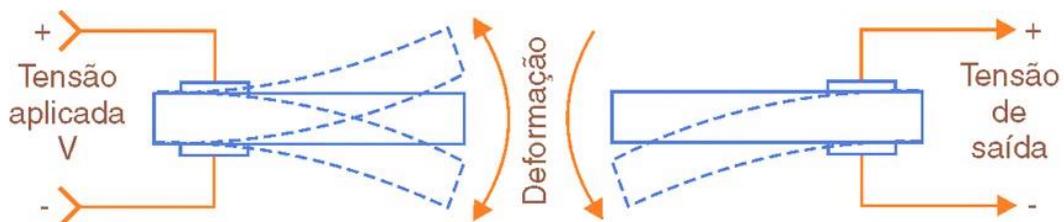
Tabela 4.1 – Baterias de testes em função dos parâmetros experimentais utilizados.....	25
Tabela 6.1 – Propriedades geométricas e materiais das massas magnéticas e do ar. ....	37
Tabela 6.2 – Propriedades geométricas e materiais do sistema piezelétrico linear. ....	44
Tabela 6.3 – Modos de Vibrar do dispositivo de colheita de energia linear considerando condições de circuito aberto e curto-circuito.....	49

# Capítulo 1

## Introdução

Nas últimas décadas a humanidade vem buscando novas fontes de energia limpa com objetivo de suprir as necessidades energéticas das futuras gerações, de forma a substituir a utilização de fontes fósseis de energia. Este movimento tem se intensificado pelo fato dessas fontes estarem se esgotando e da necessidade de reduzir o seu impacto ambiental. Portanto, muitos investimentos estão sendo aplicados na pesquisa e desenvolvimento de fontes renováveis de energia, tais como a radiação solar, dos ventos, energia hidráulica, entre outras fontes alternativas. Essas fontes de energia limpa garantem a sustentabilidade ambiental, ou seja, preservam o meio ambiente. Diante disso, a produção de energia por meio de materiais piezelétricos tem se mostrado uma área promissora.

Os cristais piezelétricos possuem a característica de transformar energia de origem mecânica em elétrica e vice e versa. Deve-se aos irmãos Pierre e Jacques Currie a descoberta desse efeito em 1880, pois através de experimentos conseguiram provar que uma tensão elétrica surgia na superfície de materiais cristalinos caso ele fosse exposto a uma tensão mecânica (Figura 1.1). O efeito inverso foi provado no ano seguinte, e consiste no aparecimento de uma deformação no cristal produzida pela aplicação de um campo elétrico externo (Figura 1.1) (Erturk & Inman, 2011).



**Figura 1.1** – Efeito Piezelétrico (<http://fontesalternativaspth.blogspot.com.br>)

Formas naturais de cristais piezelétricos são encontrados na forma de Quartzo, Sal de Rochelle, Berlinita, Sacarose, Topázio, Turmalina, entre outros. No entanto apesar desses materiais possuírem propriedades piezelétricas, apresentam um rendimento baixo para utilização prática. Acredita-se que a primeira aplicação de materiais piezelétricos na engenharia

foi durante a 1ª Guerra Mundial para combater a ameaça submarina. Um pesquisador francês chamado Langevin desenvolveu um dispositivo subaquático, um transdutor, que utilizou um cristal piezelétrico para produzir um sinal mecânico e medir sua resposta elétrica como um meio de localizar submarinos. (Leo, 2007)

Contudo, somente na década de 50 foram desenvolvidos os PZTs (Lead Zirconate Titanate) que são materiais sintéticos derivados do  $\text{PbZrO}_3$  (Zirconato de Chumbo) e  $\text{PbTiO}_3$  (Titanato de Chumbo). Os PZTs possuem dureza e densidade elevadas e podem ser produzidos em qualquer tamanho e formato. Eles são quimicamente inertes, imunes à umidade e outras condições atmosféricas, além de apresentar um acoplamento muito superior em relação aos cristais naturalmente encontrados no ambiente. Uma das principais vantagens da utilização das cerâmicas piezelétricas na geração de energia, é que quando uma vibração é aplicada ao material, uma tensão de saída pode ser diretamente obtida (MINETO, 2013). No que diz respeito à captação de energia, os elementos dos tipos PZT-5A e PZT 5H são os mais amplamente utilizados (Erturk & Inman, 2011).

Em respeito às diferenças entre os dois tipos de PZTs citados no parágrafo anterior, os PZT-5H exibem os maiores coeficientes piezelétricos na temperatura ambiente. Quando resfriados a uma temperatura de  $-150^\circ\text{C}$ , as propriedades piezelétricos de ambos os materiais diminuem em aproximadamente 50%. No entanto, quando aquecidos a uma temperatura de  $250^\circ\text{C}$ , as cerâmicas apresentam as maiores propriedades piezelétricos observadas. (Hooker, 1998).

Os estudos dos problemas em vibrações mecânicas permitiram a construção e operação de diversas estruturas sob o efeito de vibrações causadas por agentes externos, onde a preocupação dos estudos da área da Dinâmica de Sistemas são, sobretudo, verificar sob que circunstâncias o movimento torna-se indesejável. Contudo, na Dinâmica não linear, o foco está em verificar sob quais circunstâncias o movimento contribuirá de uma forma mais adequada para a colheita de energia.

A obtenção de energia limpa através da vibração mecânica tem se mostrado muito promissora, frente a uma demanda de fontes de energia renováveis e à dependência de fontes de energia fósseis limitadas. Portanto, cada vez mais são desenvolvidos equipamentos, meios e estudos, como este, para aprimorar a aplicações dos materiais piezelétricos.

O desafio atual para geração de energia utilizando piezelétricos visa o desenvolvimento de dispositivos que possam converter energia em uma ampla faixa de frequência de excitação, adaptando-se a fontes disponíveis no ambiente (sintonia), uma vez que a amplitude de saída elétrica de um gerador piezelétrico é máxima quando excitado na frequência de ressonância e é reduzida drasticamente fora deste limite, tornando os dispositivos pouco eficientes. Diversos estudos, que são abordados no capítulo 2, estão sendo realizados para aumentar a faixa de operação destes dispositivos. Uma das formas mais utilizadas é o emprego de ímãs nas proximidades do sistema piezelétrico. As forças magnéticas podem alterar consideravelmente a dinâmica do sistema e introduzir não linearidades relevantes para otimizar o sistema de geração de energia.

Este trabalho trata exclusivamente de sistemas piezelétricos lineares e não-lineares. No capítulo 2, apresentam-se diversos estudos realizados na última década contando a evolução dos experimentos e métodos utilizados por outros autores até os dias de hoje. No capítulo 3, aborda-se a base teórica para os materiais piezelétricos e osciladores *Duffing*. Continuando, no capítulo 4, descreve-se a metodologia experimental utilizada, seguido do capítulo 5 onde são mostrados os resultados experimentais obtidos. Logo após, no capítulo 6, apresenta-se a metodologia numérica e seus respectivos resultados numéricos. Por fim, apresentam-se as conclusões do trabalho sobre o estudo de sistema de geração de energia piezelétricos.

## 1.1 Objetivos

Esse projeto apresenta um estudo sobre os efeitos não lineares gerados pela introdução de ímãs permanentes no sistema a fim de comparar seus resultados com os resultados de um sistema de geração de energia linear sem ímãs, de modo a avaliar a proposição de maior eficiência dos materiais piezelétricos sob o efeito de agentes externos desse caráter. De fato, a proposta desse trabalho é analisar a aplicação de magnetos capazes de gerar forças eletromagnéticas não lineares, de forma a aumentar a faixa de operação do sistema. Esse aumento deve-se a uma variação na dinâmica do sistema, de forma que a viga piezelétrica passa a oscilar em torno de dois pontos de equilíbrio em vez de apenas um. Portanto, o principal objetivo desse trabalho é avaliar o efeito da introdução de não linearidades que promovam o salto de uma faixa de operação monoestável, característica de um modelo linear, para um modo biestável que compreende uma faixa de frequências mais abrangente. Consequentemente, o

sistema torna-se mais eficiente em relação a um sistema linear para aplicações práticas, onde a amplitude de frequências das vibrações pode variar consideravelmente.

## Capítulo 2

### O Estado da Arte – Uma Revisão Bibliográfica

A primeira proposta de geração de energia elétrica através de vibrações estruturais foi feita por C.B Williams e R. B. Yates (1996) na publicação *Analysis of a micro-electric generator for microsystems*. Nela, os autores discutem uma solução alternativa ao uso de baterias usando dispositivos que geram energia elétrica através de energia mecânica quando incorporados em um meio vibratório. Três foram as alternativas propostas: o uso de mecanismos de transdução piezelétricos, o uso de mecanismos de transdução eletromagnéticos e o uso de mecanismos de transdução eletroestáticos. No entanto, os autores apenas avaliam o caso eletromagnético.

Além dos três mecanismos básicos de transdução citados por Williams e Yates, também existe o do tipo magnetoestrutivo. Dentre estes, a transdução piezelétrica vem recebendo grande atenção atualmente devido à grande diversidade de aplicações e benefícios. Neste capítulo, é apresentada uma revisão bibliográfica sobre a geração de energia através de sistemas piezelétricos lineares e não lineares.

Os estudos sobre geração de energia através de dispositivos piezelétricos foram iniciados na década de 90 com as publicações de Starner (1996), Umeda et al. (1996) e Umeda et al. (1997). Umeda et al. (1996) analisaram a resposta de um vibrador piezelétrico estimulado pelo impacto de uma esfera de metal. Através dos resultados, é medida a eficiência do modelo em função o coeficiente de acoplamento eletromecânico, da perda mecânica e da perda dielétrica do vibrador. Utilizando do mesmo conceito, Umeda et al. (1997) propõem um piezo-gerador que transforma a energia de impacto mecânica em energia elétrica em alternativa ao uso de baterias recarregáveis. O dispositivo é composto por um capacitor e uma ponte-retificadora. A eficiência e a carga armazenada do dispositivo são analisadas em relação ao potencial elétrico inicial e a capacidade do capacitor. Já Staner (1996) investiga a possibilidade de utilizar materiais piezelétricos acoplados a objetos de uso diário para geração de energia para computadores e dispositivos portáteis, aproveitando a energia desperdiçadas pelas atividades cotidianas do usuário.

Já no final dos anos 90, Funasaka et al. (1998) estudaram os efeitos de um gerador piezelétrico usando um martelo de impacto que gera vibração. Utilizando o  $\text{LiNbO}_3$  como

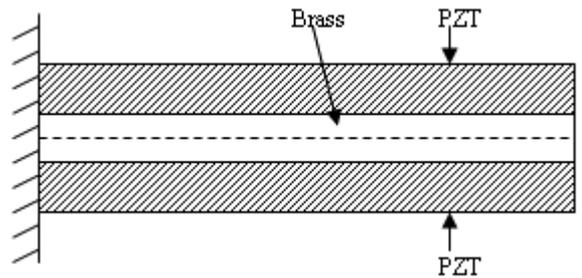
material piezolétrico, chegaram à conclusão que o dispositivo alcança uma alta eficiência utilizando a vibração da placa em condições controladas.

White et al. (2001) propõem um micro gerador que gera energia à base de vibração de um material piezolétrico impresso, para ser utilizado em MEMS (*Micro Electro Mechanical Systems*). Os resultados mostram a geração de  $2 \mu\text{W}$  em uma frequência de 80 Hz. Porém o sistema se mostra não otimizado e requer melhorias. Lu, Lee e Lim (2003) utilizam do mesmo conceito preestabelecido por White et al (2001) para analisar um modelo de viga piezolétrica funcionando como gerador piezolétrico com aplicação em MEMS. São obtidas as potências de saída e a eficiência de conversão de energia. A potência de saída é utilizada para avaliar o dispositivo. Lu, Lee e Lim (2003) concluíram que existe uma resistência externa ótima para o sistema que resulta numa maior potência de saída e que aumentar a frequência de vibração pode aumentar a potência. No entanto, para certos valores, esse acréscimo de frequência não provoca alteração significativa.

Roundy (2005) percebeu a dificuldade de se comparar diferentes tipos e abordagens de coletores e geradores de energia baseados em vibração e desenvolveu uma teoria geral que compara esses diferentes tipos de geradores. A conclusão do autor mostra que a teoria indica que além dos parâmetros de entrada de vibração, a energia de saída depende do coeficiente de acoplamento do sistema, da densidade de massa do gerador, da qualidade do gerador e do grau que a carga elétrica maximiza a transmissão de potência. Portanto foi desenvolvida uma expressão que mede a efetividade do sistema, incorporando os fatores listados anteriormente. A teoria pode ser aplicada para os quatro tipos de transdutores: piezolétricos, magnetoestrictivos, eletromagnéticos e eletroestáticos.

Shen et al. (2006) estudaram a otimização da forma de uma viga *cantilever* “*bimorph*” piezolétrico utilizando modelos numéricos e simulações utilizando o método de elementos finitos FEM em condições de aceleração altas. Vigas “*bimorph*” consistem em três camadas de viga, uma feita de um material estrutural, e duas camadas de material piezolétrico coladas nas faces opostas da viga estrutural. A figura 2.1 mostra um exemplo de viga *cantilever bimorph*. Os parâmetros investigados, incluindo dimensões e massa de prova influenciaram a saída de energia da viga piezolétrica. Também foram consideradas a frequência de ressonância e a robustez da estrutura da viga. Foi concluído que a geração de energia pela viga otimizada foi alta o bastante para operar em sistemas de micro-sensor, entretanto observou-se uma alta

tensão mecânica na viga perto da área de engaste, o que poderia levar a uma eventual fratura em condições de altas acelerações.



**Figura 2.1** – Viga Piezoelétrica do tipo Cantilever Bimorph. (Ajitsaria et al., 2007)

Ajitsaria et al. (2007) utilizaram como base o modelo otimizado de Shen et al (2006) e propuseram um modelo de viga *cantilever* “*bimorph*” piezoelétrica para geração de energia elétrica através da captação de vibrações do ambiente. O modelo foi baseado na teoria de viga de Euler-Bernoulli e equações de Timoshenko para potencial elétrico e geração de energia. Os métodos são então comparados com outros dois métodos presentes na literatura: o método do circuito elétrico equivalente e o método de energia. Ajitsaria et al. (2007) concluíram que o modelo desenvolvido pode ser usado como ferramenta guia para projetar sistemas de coleta e geração de energia, ajudando a determinar o tamanho e frequência necessária de vibração para produzir o nível de energia desejado.

Guan e Liao (2007) analisaram a eficiência dos métodos de coleta de energia utilizando piezoelétricos levando em conta os meios de armazenamento dessa energia. Para isso, os autores comparam dois esquemas de circuitos utilizados nos sistemas de geração de energia através de materiais piezoelétricos: os coletores de energia de um estágio e de dois estágios. Guan e Liao (2007) se mostram preocupados com o fato de, apesar de estudos anteriores sobre o tema se mostrarem promissores, alguns pontos ainda precisavam ser analisados, como o fato de alguns dispositivos de armazenamento de energia terem diferentes valores de potencial elétrico. Os resultados mostraram que os esquemas de coleta de um estágio podem alcançar uma melhor eficiência dependendo do intervalo de potencial elétrico usado.

Wu et al. (2008) introduziram uma técnica híbrida de conversão de energia. A técnica consiste em aproveitar a energia do ambiente através de princípios eletromagnéticos e piezoelétricos para obter uma maior potência e converter energia de maneira mais eficiente em

MEMS com elevados níveis de amortecimento mecânico. O dispositivo funciona através da interação de uma massa sísmica que vibra com uma bobina, gerando uma tensão AC. Com isso, molas piezelétricas eletricamente conectadas são deformadas, gerando outra tensão AC. Através do alto coeficiente de conversão elétrica, tais conversores híbridos de energia conseguem maximizar a densidade de energia de saída e aumentar a eficiência de conversão energética.

Jeon et al. (2008) estudaram a possibilidade de usar um dispositivo piezelétrico de duas camadas combinando sua frequência de ressonância com a frequência de vibração externa. O dispositivo consiste em duas camadas de diferentes espessuras, no qual cada camada apresenta diferentes frequências de ressonância de forma a otimizar a geração de energia dependendo do ambiente de vibração.

De 2008 a 2011, Erturk e Innam desenvolveram um extenso trabalho de pesquisa voltado para a análise de sistemas piezelétricos do tipo “*cantilever*” geradores de energia e publicaram diversos artigos sobre o tema. Particularmente entre 2008 e 2009, os autores focam seus estudos em sistemas lineares e seus artigos fornecem uma ampla análise numérica e experimental de diversos aspectos importantes na concepção desta classe de sistemas. (ERTURK; INMAN, 2008a; ERTURK; INMAN, 2008b; ERTURK; INMAN, 2008c; ERTURK ET AL., 2009; ERTURK; INMAN, 2009).

Kim et al. (2010) fizeram a análise de um modelo de sistema de geração de energia através de uma viga piezelétrica do tipo “*bimorph cantilever*” com uma massa de prova em sua ponta. O uso de massas de prova permite ajustar a ressonância de maneira a otimizar a geração de energia nesse tipo de sistema. Os autores focaram suas atenções nas análises modais e na investigação das taxas de amortecimento que podem afetar significativamente o desempenho do sistema. Os modelos analíticos foram validados através de experimentos utilizando diversas geometrias de massas de prova. Foi concluído que o modelo analítico mostrou excelência na predição de todas as respostas do sistema. Foi observado que qualquer pequena mudança na massa de prova resulta em consideráveis mudanças no desempenho do sistema. Tais alterações no desempenho são resultado não apenas da mudança na frequência de ressonância, mas também no efeito da distribuição do esforço ao longo do comprimento da viga.

Kim e Kim (2011) propuseram diversos modelos para vigas piezelétricas do tipo “*cantilever*” utilizadas como conversores de energia. Nas análises, foram levadas em conta as diferentes razões comprimento/largura e a distribuição de massa na ponta da viga com o

objetivo de medir sua eficiência elétrica. Os modelos foram validados através da comparação com modelos de vigas convencionais e com modelos de elementos finitos tridimensionais. Os autores concluíram que o modelo desenvolvido proporcionou melhorias substanciais na previsão das respostas elétricas do sistema, provando ser útil para futuros projetos de vigas piezelétricas do tipo “*cantilever*” para conversão de energia.

Nos estudos de geração de energia através da vibração de uma viga piezelétrica é desejado que a viga atinja a frequência natural de ressonância para proporcionar uma maior amplitude de vibração e conseqüentemente uma maior geração de energia. Geralmente apenas o primeiro modo de vibração da estrutura é estudado por se tratar de faixas de frequência relativamente baixas e pela quantidade de energia gerada ser relativamente superior em comparação a outros modos de vibração. No entanto, Wu et al. (2012) desenvolveram um sistema piezelétrico compacto que utiliza dois modos de vibração para geração de energia. O coletor de energia é composto por uma viga “*cantilever*” primária e uma viga “*cantilever*” secundária interna ligadas em transdutores piezelétricos. Ao passo que a massa de prova varia, as duas primeiras frequências de ressonância podem ser aproximadas o suficiente para extrair energia significativa das vigas primárias e secundárias. Uma simulação numérica e outra experimental foram feitas para a validação do modelo. Os autores concluem que os resultados mostram que o sistema proposto é mais adaptável e funcional em um cenário real prático de vibração.

Wand e Inman (2012) apresentaram um resumo de métodos de controle passivos, semipassivos, semiativos e ativos para suprimir energia de vibração através dispositivos piezelétricos. Primeiramente os modelos eletromecânicos existentes equivalentes foram revisados para então discutirem as formulações matemáticas e dinâmicas desses modelos, os circuitos que foram utilizados e suas respectivas utilizações. Os autores então revisam os possíveis métodos de controle focando no baixo consumo para o controle de energia e apontam para as potenciais aplicações em controle de vibrações simultâneas e coleta de energia.

Michelin e Doaré (2013) analisaram numericamente a aplicação de materiais piezelétricos para geração de energia em objetos que sofrem oscilações autossustentadas resultantes de instabilidades devido a interações fluido-sólidas. Para isso, usaram como modelo uma bandeira em movimento devido a um fluxo axial de vento. No modelo, utilizaram tiras piezelétricas anexadas à superfície da bandeira que convertem a deformação do sólido em uma corrente elétrica que alimentam circuitos puramente resistivos de saída (circuitos compostos

apenas de resistores). Os autores concluíram que altas cargas de fluido associadas com uma desestabilização por amortecimento geram uma coleta maior de energia, ao passo que se observa uma menor resistência à mudanças de velocidade do fluxo dependendo do modo de movimentação da bandeira selecionado. O efeito de amortecimento no sistema causado pela dissipação da energia também é analisado.

Lumentut e Howard (2014) apresentaram uma nova abordagem na modelagem em elementos finitos de um sistema de coleta de energia piezelétrico. Os autores contribuem com cinco novas técnicas de análise: a discretização eletromecânica, as equações de campo acopladas, as equações cinemáticas, as equações lagrangianas eletromecânicas dinâmicas e matriz global ortonormalizadas, e formas escalares de equações dinâmicas eletromecânicas de elementos finitos.

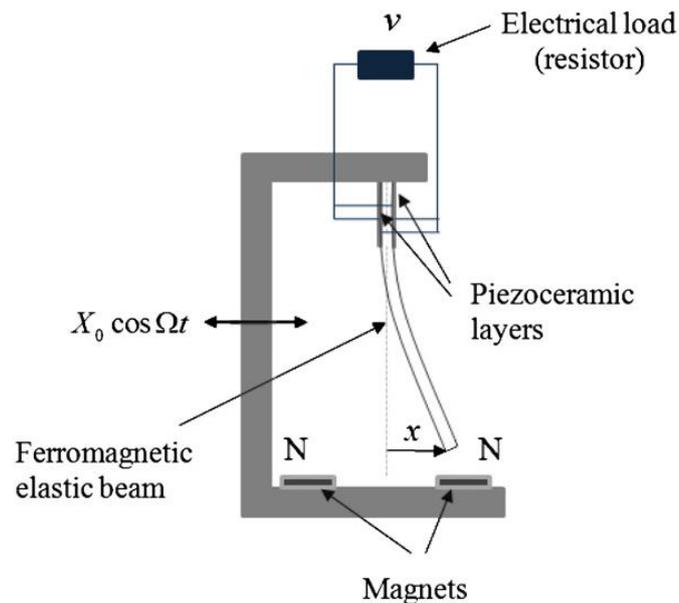
Também no campo de elementos finitos, Kumar et al. (2014) simularam a performance de vários materiais piezelétricos para uma viga do tipo “*unimorph cantilever*”. Os autores usaram nas simulações a teoria da deformação de cisalhamento de primeira ordem e a teoria linear da piezeletricidade. O material que demonstrou uma maior capacidade de geração de energia foi o piezelétrico sem chumbo  $K_{0.5}Na_{0.5}NbO_3-LiSbO_3-CaTiO_3$  (2 wt.%) na faixa de frequência de 90 – 110Hz. Também foi observado que a família dos materiais  $K_{0.5}Na_{0.5}NbO_3-LiSbO_3-CaTiO_3$  (KNN-LS) mostram melhor desempenho em comparação com os PZT convencionais no âmbito de sistemas coletores de energia.

Há uma grande quantidade de estudos publicados sobre geração e coleta de energia através de sistemas piezelétricos lineares em meios vibratórios. Porém, nesses casos, os sistemas apresentam melhor performance quando excitados em suas frequências naturais de ressonância, momento em que o deslocamento do material sofre maior amplitude. Se a frequência de excitação sofrer uma pequena mudança, a potência de saída é drasticamente reduzida. Em virtude disso, sistemas piezelétricos não-lineares de geração de energia vêm ganhando a atenção dos cientistas nos últimos anos pela capacidade de ampliarem a extensão de frequências em que a geração de energia é considerável.

Diversas formas de não-linearidades podem ser adicionadas aos sistemas de geração de energia através de cerâmicas piezelétricas, dentre elas a adição de massas magnéticas ao sistema e o uso sinérgico de materiais inteligentes acoplados.

Erturk e Inman (2010) também contribuíram com estudos para o campo de geração de energia a partir de sistemas piezelétricos não-lineares. Com o objetivo de ampliar a faixa de frequência de geração de energia, os autores investigaram as órbitas de alta energia de um coletor piezomagnetoelástico em uma ampla faixa de frequências de vibração. Simulações numéricas foram feitas e validadas experimentalmente. O experimento feito consistiu em um *shaker* responsável pela vibração do sistema, uma viga ferromagnética, e ímãs distribuídos de forma uniforme, como mostra a figura 2.1.

Foi concluído que a configuração piezomagnetoelástica gera maiores magnitudes de energia em comparação com as aplicações piezoelásticas comuns em várias faixas de frequência. As respostas caóticas desta nova configuração também foram comparadas com as respostas periódicas das aplicações piezoelásticas.



**Figura 2.2** – Esquema do coletor piezomagnetoelástico (Erturk e Inman, 2010).

Em 2011, Erturk e Inman lançaram um livro chamado “*Introduction to Piezoelectric Energy Harvesting*” compilando todo o conhecimento resultante de seus artigos publicados ao longo dos anos. Tal obra se tornou referência mundial se tratando de sistemas de coleta de energia piezelétricos.

Andò et al. (2012) estudam dispositivos de geração de energia biestáveis que usam duas vigas em paralelo com duas massas magnéticas acopladas na ponta de cada uma delas. As duas massas magnéticas foram orientadas igualmente gerando forças repulsivas que resultaram em

um comportamento biestável antissimétrico nas vigas. Os resultados experimentais e numéricos se mostraram promissores para aplicações em MEMS.

Silva et al. (2013) analisaram o comportamento histerético piezelétrico em coletores de energia baseados em vibração. Diferentes tipos de comportamentos histeréticos são analisados de acordo com o modelo de Bouc-Wen. Os autores executaram simulações numéricas de forma a comparar os comportamentos histeréticos, lineares e não lineares dos sistemas piezelétricos de forma a mostrar sua influência na dinâmica do sistema.

De Paula et al. (2014) estudaram a influência de não-linearidades provocadas por massas magnéticas acopladas ao sistema. Os autores comparam o potencial elétrico gerado por um sistema linear, um sistema não-linear biestável e um sistema não linear monoestável devido à vibração aleatória. O desempenho experimental esteve de acordo com a teoria, mostrando que a energia gerada é maior em um sistema biestável que vibra em torno de dois pontos de equilíbrio. Uma relação entre as variações na excitação do sistema e a resposta do sistema biestável foi estabelecida através de simulações numéricas que definiram uma região de maior geração de energia se comparado aos outros casos (linear e não-linear monoestável).

Silva et al. (2015a) analisaram o comportamento não-linear do acoplamento piezelétrico (*piezoelectric coupling*) a partir de um modelo numérico mecânico de um grau de liberdade acoplado a um circuito elétrico por um elemento piezelétrico. Os autores consultaram modelos experimentais previamente desenvolvidos na literatura que ajudaram a definir os melhores modelos a serem analisados. Os resultados numéricos mostraram que acoplamentos piezelétricos não-lineares podem modificar o sistema de maneira surpreendente.

Continuando seu trabalho na área de materiais inteligentes, Silva et al. (2015b) fizeram um estudo sobre a aplicação sinérgica de materiais inteligentes para geração de energia. Os autores investigam a possibilidade de controlar a rigidez mecânica de um sistema de geração de energia piezelétrico sob vibração através de uma liga SMA (*Shape Memory Alloy*). Esse efeito possibilita ajustar as frequências de ressonância com o objetivo de aumentar a faixa de operação de geração de energia do sistema. A análise leva em conta um sistema mecânico de um grau de liberdade, onde a força de restituição é fornecida por um elemento SMA. Através de simulações numéricas foi concluído que a inclusão de um elemento SMA no sistema piezelétrico de coleta de energia pode ser usada para aumentar a faixa operacional do sistema.

Upadrashta e Yang (2015) fizeram pela primeira vez um estudo sobre a modelagem em elementos finitos de um sistema piezolétrico não-linear com interações magnéticas. Os autores atestam que uma das grandes dificuldades em desenvolver o modelo foi a geração da malha necessária para calcular as interações magnéticas nos problemas dinâmicos, além do alta demanda computacional para a resolução de um problema multifísico (elétrico-mecânico-magnético). No artigo, é proposto um modelo inovador para simular a interação magnética sem que seja necessária a inclusão do módulo magnético. Os autores utilizam um elemento de mola não-linear presente no software comercial ANSYS de modo a simplificar o modelo piezomagnetoelástico como um modelo eletromecânico. Primeiro é desenvolvido um modelo não-linear monoestável com uma configuração de viga “*cantilever*” para validação com a teoria. Então, a técnica proposta pelos autores é estendida para um modelo de coletor não-linear de 2 graus de liberdade. As simulações mostram que a nova técnica proposta é capaz de prever o comportamento dos sistemas magnetoelásticos de maneira precisa.

Ainda no campo de análises em elementos finitos, Yazid et al. (2016) fizeram uma análise de um modelo híbrido de coleta de energia que utiliza geração piezolétrica e eletromagnética. A análise foi feita no software ANSYS utilizando o pacote de soluções de análise harmônica. O modelo consiste em uma viga piezolétrica engastada com um ímã acoplado em sua ponta. Ao passo que a viga piezolétrica vibra harmonicamente em um movimento vertical, o campo magnético do ímã atua numa bobina próxima à ponta da viga, gerando energia de forma híbrida. Com base nos resultados de geração de energia, os autores concluíram que o sistema de geração de energia se equipara a outros na literatura e é elegível para ser usado como gerador em aplicações em ambientes vibratórios.

Nota-se um grande esforço e pesquisa para que os dispositivos piezolétricos de geração de energia limpa sejam implantados de forma cada vez mais eficiente. Em especial, os dispositivos não-lineares que conseguem ampliar a faixa útil de frequência em que trabalham, adaptando-se a diversas formas naturais de vibração do ambiente como um todo.

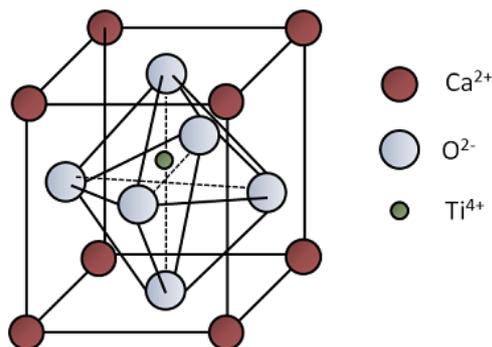
## Capítulo 3

### Fundamentos Teóricos

Neste capítulo serão apresentados os fundamentos teóricos referente aos materiais piezelétricos, às equações que governam a piezoelectricidade. Além disso, se fará uma breve introdução aos osciladores tipo *Duffing*, que descrevem o comportamento dos coletores de energia piezomagnetoelásticos.

#### 3.1 A Piezeletricidade

Uma das propriedades mais importantes de uma célula unitária em relação à piezeletricidade representa a polaridade da estrutura da célula unitária (Leo, 2007). Ou seja, esses fenômenos ocorrem devido a uma simetria não central da estrutura cristalina de alguns cristais, como por exemplo, na *Pirovskita* (Figura 3.1). O deslocamento do íon de titânio (Figura 3.1) gera uma não neutralidade elétrica no cristal. Com isso, a célula unitária comporta-se como um dipolo elétrico. Então, com a aplicação de um esforço mecânico há uma alteração na posição desses íons, o que provoca uma modificação na intensidade da polarização do material, gerando uma diferença de potencial.



**Figura 3.1** – Célula unitária de *Perovskita* ( $\text{CaTiO}_3$ ).

Como dito no Capítulo 1, a piezoelectricidade é uma propriedade que certos materiais apresentam ao se tornarem eletricamente polarizados quando sujeitos a algum tipo de tensão mecânica, definindo o “efeito piezelétrico direto”. O “efeito piezelétrico indireto”, por sua vez,

é definido quando um potencial elétrico aplicado ao material é convertido em deformação mecânica.

A descrição geral do comportamento 3D dos materiais piezelétricos pode ser expressa considerando a deformação  $S$ , as tensões  $T$ , o deslocamento elétrico  $D$ , e o campo aplicado  $E$ . As matrizes de conformidade elástica, acoplamento piezelétrico e permissividade são indicadas, respectivamente, por:  $s_{ij}^E$ ,  $d_{mi}$ , e  $\varepsilon_{mk}^T$ . Onde o sobrescrito "E" significa medidas que são tomadas considerando campo elétrico nulo ou constante, o sobrescrito "T" indica medidas que são tomadas com tensão nula ou constante, e os índices  $i, j = 1, 2, \dots, 6$  e  $m, k = 1, 2, 3$  se referem às diferentes reações de acordo com o sistema de coordenadas do material. Tais direções são mostradas na Figura 3.2 juntamente com a direção de polarização  $P$  do material.

Portanto, as equações constitutivas em 3D para efeitos inversos e diretos são dadas por:

$$S_i = s_{ij}^E T_j + d_{mi} E_m \quad (\text{Efeito Inverso}) \quad (3.1)$$

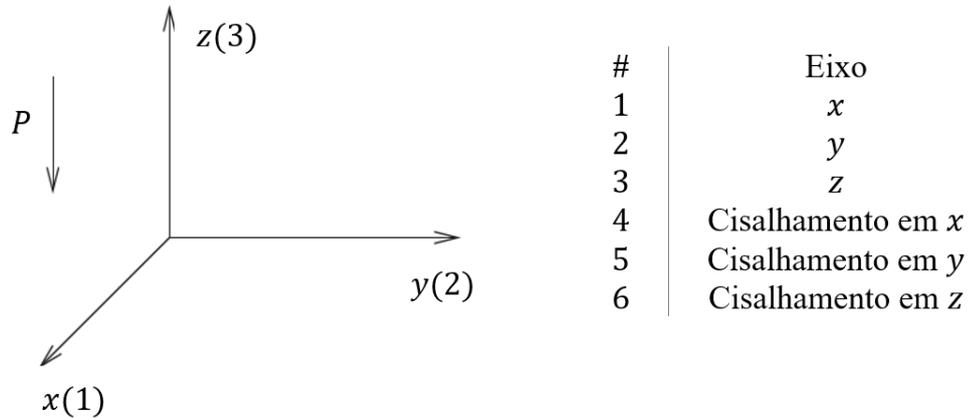
$$D_m = d_{mi} T_i + \varepsilon_{mk}^T E_k \quad (\text{Efeito Direto}) \quad (3.2)$$

O coeficiente  $d_{mi}$  estabelece a relação entre campos elétricos e mecânicos (Silva et al., 2015). As Equações 3.1 e 3.2 podem ser escritas em forma matricial, resultando em:

$$\begin{bmatrix} S \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s^E & d^t \\ d & \varepsilon^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ E \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Expandindo a equação 3.3:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{12}^E & s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{13}^E & s_{13}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 & d_{15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & \varepsilon_{11}^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$



**Figura 3.2** – Convenção de eixos utilizada.

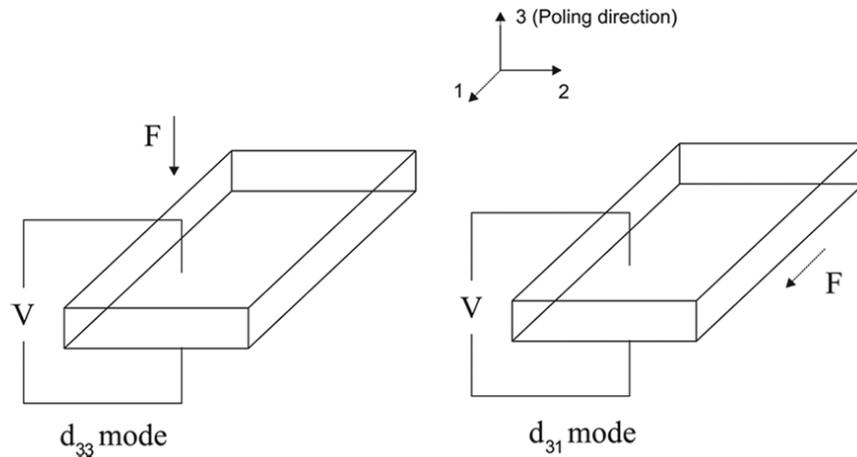
Essas equações são descritas por equações mecânicas e eletromagnéticas combinadas, sendo possível a operação de modo direto ou inverso. Como dito anteriormente, é comum modelar modelos piezelétricos como vigas engastadas quando se trabalha com uma fina estrutura piezelétrica (Figura 3.3) e nesses casos as tensões nas direções 2 e 3 podem ser desprezadas, obtendo assim as Equações 3.5 e 3.6 abaixo (Erturk & Inman, 2011), (Pereira, 2016):

$$S = s^E \sigma + dE \quad (\text{Efeito Inverso}) \quad (3.5)$$

$$D = d\sigma + \varepsilon^\sigma E \quad (\text{Efeito Direto}) \quad (3.6)$$

As equações 3.5 e 3.6 podem ser escritas em forma matricial expandida, resultando em:

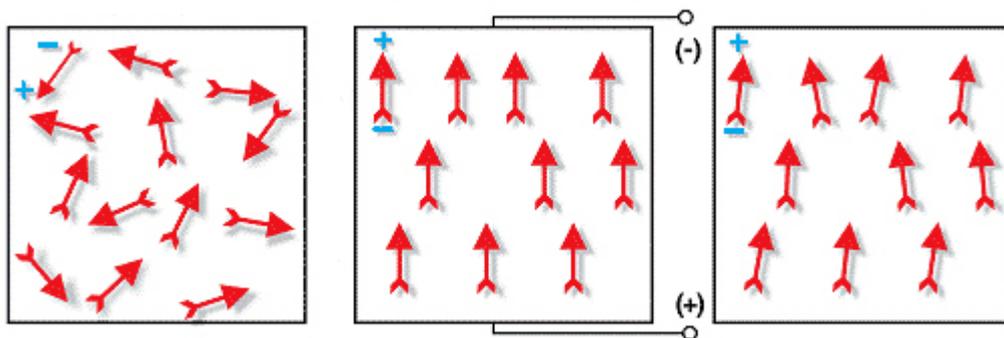
$$\begin{bmatrix} S_1 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & d_{31} \\ d_{31} & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$



**Figura 3.3** – Modos de operação de um piezelétrico. (Silva et al., 2013).

Os dispositivos piezelétricos utilizados atualmente em pesquisas e equipamentos são sintéticos. No entanto, esses materiais não apresentam o efeito piezelétrico em seu estado natural. Portanto, para adquirirem essa característica utiliza-se um método denominado polarização (*polling*).

O processo de polarização consiste em elevar a temperatura do material acima da temperatura de Curie (temperatura de despolarização do material) e aplica-se um forte campo elétrico na direção em que se quer polarizar. O material é então resfriado e retira-se o campo elétrico. Desta forma, parte dos dipolos ficam preferencialmente orientados em uma única direção, o que favorece o acoplamento eletromecânico, Figura 3.4. Esta direção é referenciada como a direção de polarização do material. (Leo, 2007), (Adeodato, 2017).



**Figura 3.4** – Processo de Polarização de um material piezelétrico sintético. (American Piezo, adaptada. <https://www.americanpiezo.com>).

### 3.2 Os Osciladores Duffing

Osciladores Duffing são equações diferenciais de segunda ordem não-lineares usadas para modelar certos sistemas com elasticidade não-linear, descrito como:

$$\ddot{x} + \delta\dot{x} + \beta x + \alpha x^3 = \gamma \cos(\omega t) \quad (3.6)$$

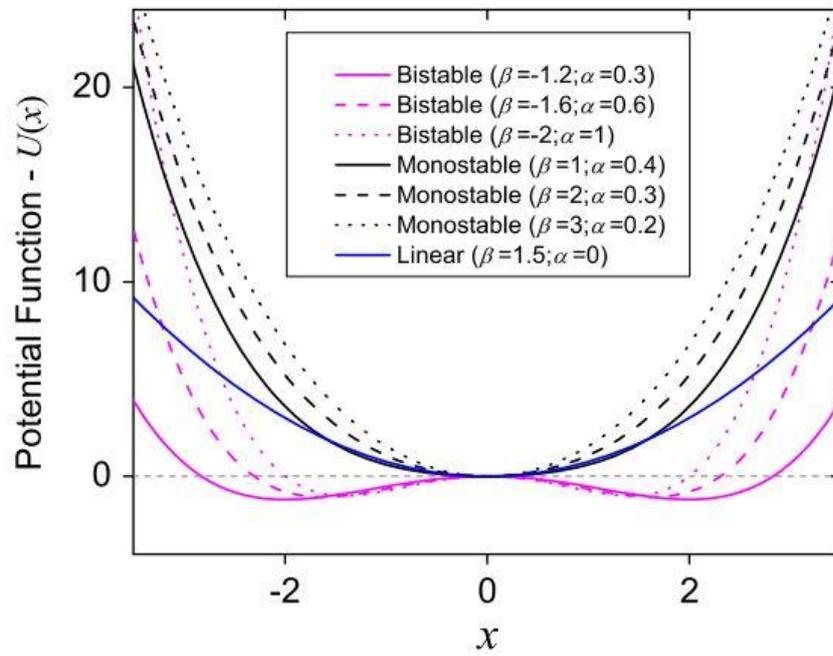
onde  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes,  $\delta$  é o coeficiente de amortecimento, e  $\gamma \cos(\omega t)$  o forçamento imposto no sistema. Tais osciladores são extremamente importantes nesse trabalho pois eles descrevem o comportamento dos coletores de energia piezomagnetoelásticos.

Fisicamente, o oscilador duffing pode ser interpretado como um oscilador forçado, onde a força de restauração é descrita como  $F = -\beta x - \alpha x^3$ . Observe que  $\beta$  define a rigidez do feixe equivalente e a força do ímã, enquanto que  $\alpha$  é definido unicamente pela força do ímã. (De Paula et. al, 2015). Quando  $\alpha > 0$ , o sistema adota um comportamento chamado “*hardening*” (endurecimento), ao passo que quando  $\alpha < 0$ , o sistema adota um comportamento chamado “*softening*” (amolecimento). Para  $\beta < 0$ , o oscilador é não-linear biestável e se comporta de forma a oscilar em torno de dois pontos de equilíbrio estável e um metaestável. Já para valores de  $\beta > 0$ , o sistema é não-linear monoestável e oscila em torno de um único ponto de equilíbrio. Para valores de  $\alpha = 0$ , o sistema é linear com um único ponto de equilíbrio.

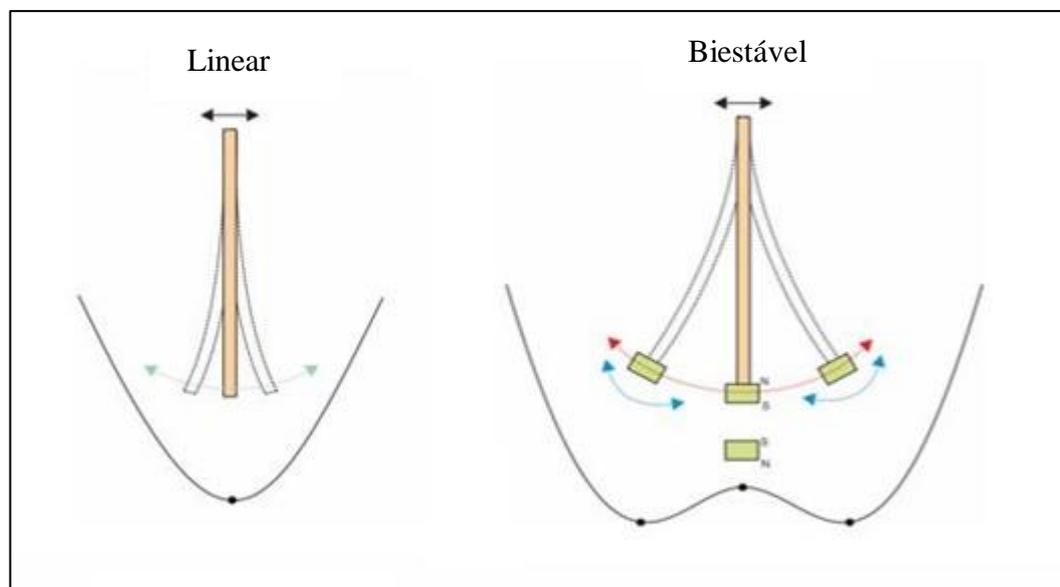
O efeito na rigidez se dá essencialmente pelo efeito das forças magnéticas atuantes, e a estabilidade do sistema pode ser descrita pela Equação 3.7, referente a energia potencial do sistema:

$$U(x) = \frac{1}{2} \beta x^2 + \frac{1}{4} \alpha x^4 \quad (3.7)$$

Algumas possíveis curvas referentes à Equação 3.7 são mostradas na Figura 3.5 (De Paula et al, 2015). Observa-se basicamente três possíveis configurações: linear, não linear monoestável e não linear biestável. A Figura 3.6 ilustra o comportamento da viga piezolétrico e a posição dos possíveis ponto de equilíbrio nas configurações de regime linear (esquerda) e biestável (direita).



**Figura 3.5** – Função Potencial para diferentes valores de  $\alpha$  e  $\beta$ . (De Paula et al, 2015)



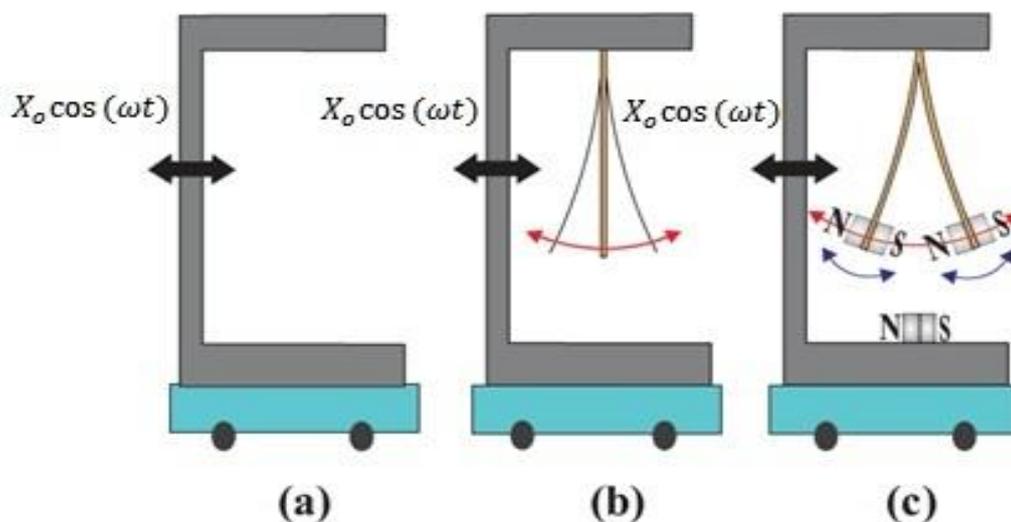
**Figura 3.6** – Dinâmica Linear e Não-Linear do Sistema (Silva, Luciana L.M. da, 2017)

## Capítulo 4

### Metodologia Experimental

Este capítulo tem por objetivo apresentar a metodologia experimental utilizada para as análises dos dispositivos piezelétricos de coleta de energia linear e não-linear, seguido da discussão dos resultados obtidos no experimento. As análises foram desenvolvidas no Laboratório de Análise do Comportamento Termomecânico de Materiais (LACTM – CEFET/RJ).

A metodologia experimental aqui apresentada visa o estudo do comportamento e desempenho dos materiais piezelétricos sob o efeito de forças externas magnéticas geradas por ímãs. Contudo, primeiramente foram estudados o comportamento da estrutura de suporte da viga (Figura 4.1.a) acoplada ao *shaker* eletromecânico numa faixa de frequências mais ampla de 10 Hz a 300 Hz para uma análise do controle de vibrações do *Shaker*. Nessa etapa foi considerada apenas a inspeção visual, com o intuito de verificar se todos os componentes estavam devidamente alinhados e vibrando corretamente. Em seguida, foi introduzida a viga piezelétrica (Figura 4.1.b) sendo excitada pelo *Shaker* numa faixa de frequências próximas à frequência de ressonância da viga. Então, quando foi verificado o correto funcionamento do experimento foram introduzidos os ímãs ao sistema (Figura 4.1.c).

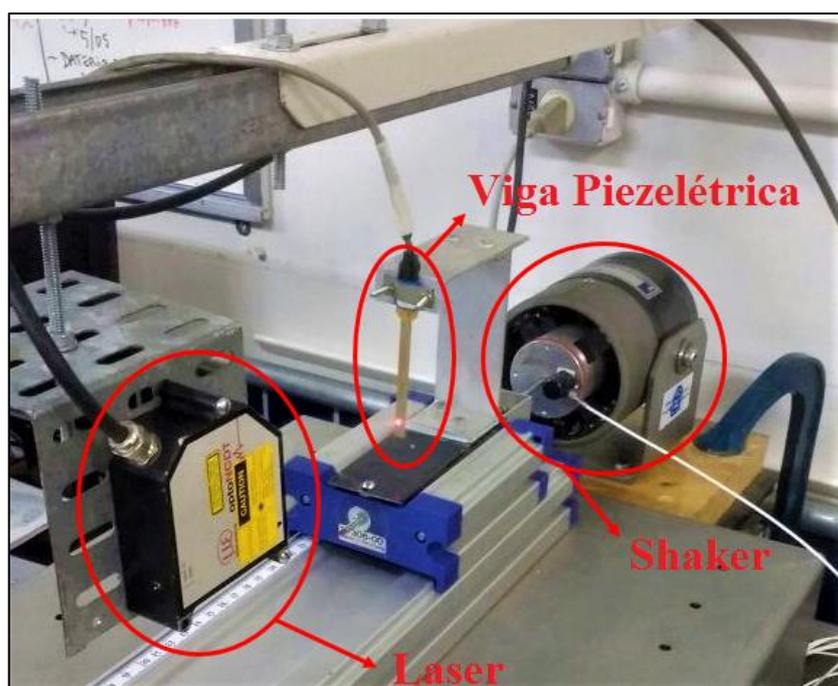


**Figura 4.1** - Modelos físicos utilizados em cada etapa do experimento. a) Estrutura suporte simples, b) Estrutura com viga piezelétrica e c) Estrutura e viga piezelétrica com magnetos.

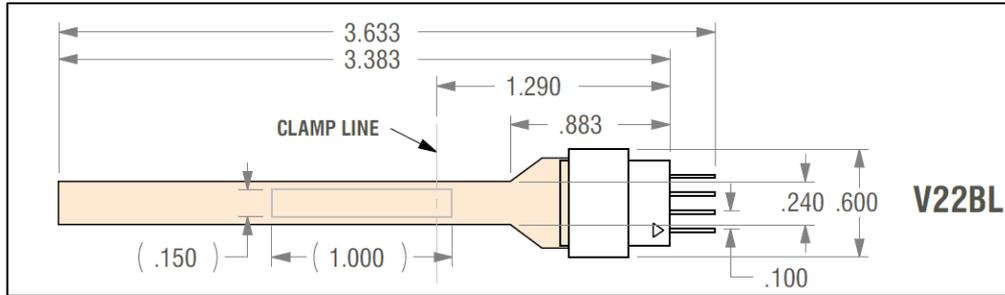
## 4.1 Materiais e Equipamentos Experimentais

Os componentes desse experimento são apresentados em conjunto na Figura 4.2, e posteriormente serão descritos individualmente. O presente experimento é composto por uma estrutura de alumínio que tem a função de fixar a viga piezelétrica na posição vertical. Este suporte está fixado a um carro que se desloca sobre o seu trilho, o qual se encontra paralelo ao e chão apoiado sobre uma mesa de trabalho. O carro, por sua vez, encontra-se acoplado ao *shaker*. Ou seja, o *shaker* transmite a vibração mecânica, através do carro, ao suporte com a viga piezelétrica.

Utilizou-se neste trabalho um excitador eletromecânico *Shaker* encarregado de gerar as excitações externas sobre o sistema em estudo. O modelo utilizado é o *ET-126* da *Labworks Inc.* acoplado a um sistema de controle de vibração da *Labworks Inc.* O material piezelétrico utilizado foi o modelo viga V22BL da *Volture Piezoelectric Energy Harvester*, e tem suas dimensões em polegadas ilustradas na Figura 4.3. O material piezelétrico presente no modelo da viga é o PZT-5A, composto de duas camadas de 0,075 polegadas de espessura. Para aquisição de dados, utilizou-se o sistema *Spider* modelo 600 Hz *Spider8* da *HBM*, o qual operou a uma taxa de aquisição 1200 amostras por segundo. Utilizou-se, também, um transdutor de deslocamento tipo laser com precisão de 100  $\mu\text{m}$  da *Micro-Epsilon* ( $\mu\epsilon$ ) modelo *optonNCDT 2200*.

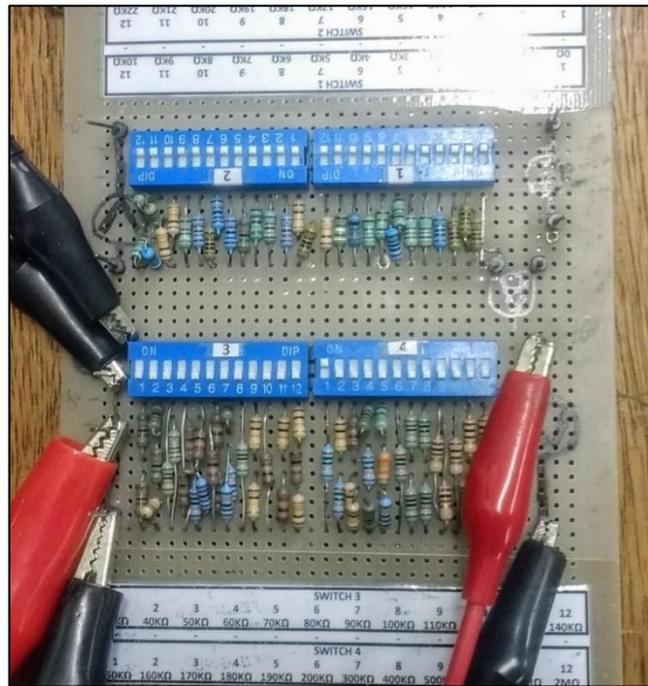


**Figura 4.2** - Equipamentos experimentais utilizados.



**Figura 4.3** - Viga Piezelétrica modelo Midé Vulture V22BL (medidas em polegadas).

Para medir a potência gerada pelo sistema, utilizou-se um banco de resistências variáveis ilustrado pela Figura 4.4. Após alguns testes variando as resistências, procurou-se trabalhar com o valor de resistência de  $150\text{ K}\Omega$  para todas as análises posteriores.

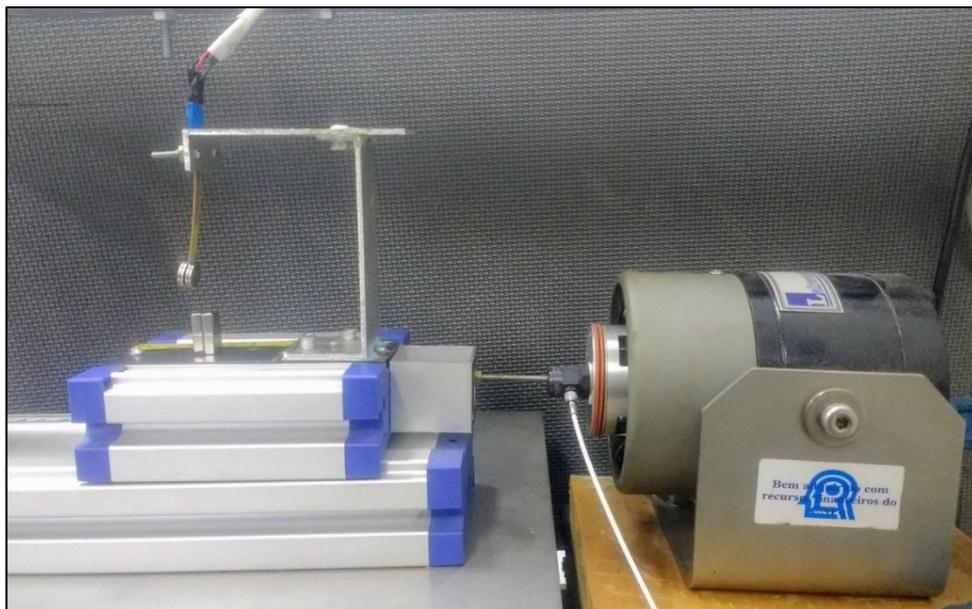


**Figura 4.4** – Placa com resistências variáveis.

Em seguida, foram realizados vários testes alterando-se as diversas formas e intensidades dos ímãs disponíveis ilustrados pela Figura 4.5, de forma a permitir encontrar a melhor faixa de operação do sistema. O novo aparato experimental, referente a etapa final do presente projeto é ilustrado na Figura 4.6.



**Figura 4.5** – Ímãs de diferentes geometrias e formas disponíveis.



**Figura 4.6** – Aparato experimental final.

Essa nova configuração experimental permitiu a observação do comportamento biestável, de forma que nos capítulos posteriores terão uma melhor discussão e análise gráfica dos resultados obtidos.

## 4.2 Metodologia Experimental do Sistema Linear

Com a introdução da viga piezelétrica sem ímãs nas proximidades, foram realizados os primeiros testes com aquisição de dados. O experimento nessa etapa consiste em excitar a viga piezelétrica harmonicamente através do *Shaker* eletromecânico que oscila harmonicamente numa faixa de frequências de 25 Hz a 45 Hz, visto que foi encontrada a frequência de ressonância como sendo igual a 36 Hz. Neste projeto realizaram-se nove testes, entre os quais três testes alterando-se as amplitudes de aceleração para uma taxa de varredura de frequências (*Sweep ratio*). Assim, são realizados testes para três varreduras diferentes cada qual com três acelerações diferentes. Das frequências de varredura utilizou-se 0,5 Hz/s, 0,1 Hz/s e 0,02 Hz/s. Das acelerações utilizou-se 0,2g, 0,4g e 0,6g, para  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . A variação nas varreduras, conforme citado anteriormente, tem a função de garantir a repetitividade e reprodutibilidade do experimento para diferentes valores de entrada. Portanto, uma vez verificado que as variações nas taxas de varredura não alteraram a frequência de ressonância da viga adotou-se um valor de entrada fixo de 0,02 Hz/s.

### 4.3 Metodologia Experimental do Sistema Não-Linear

Foram realizadas diversas baterias de teste com a viga piezelétrica com ímãs nas proximidades, com objetivo de encontrar a melhor configuração contemplando todas as variáveis do sistema como: amplitude de acelerações, taxa de varredura de frequências, tipos de ímãs, resistência elétrica. Na tabela 4.1, apresenta de forma resumida os procedimentos e metodologia experimentais utilizadas nesse trabalho.

**Tabela 4.1** – Baterias de testes em função dos parâmetros experimentais utilizados.

Baterias de testes	Ímãs	Taxa de Varredura (Hz/s)	Amplitude de acelerações (g)	Frequência de oscilação (Hz)	Objetivo
1º	Sem ímãs	0,02	0,2 0,4 0,6	25 – 45	Avaliar o efeito das amplitudes de acelerações no sistema.
2º	Sem ímãs	0,5 0,1 0,02	0,4	25 – 45	Avaliar o efeito das taxas de varreduras no Sistema.
3º	Com ímãs	0,1	1,2	15 – 30	Avaliar o efeito da biestabilidade no Sistema
4º	Com ímãs	0,1	1,4	18,9 19,1 19,2 19,3 19,4 19,5 19,7 19,9	Avaliar a resposta do Sistema a cada frequência

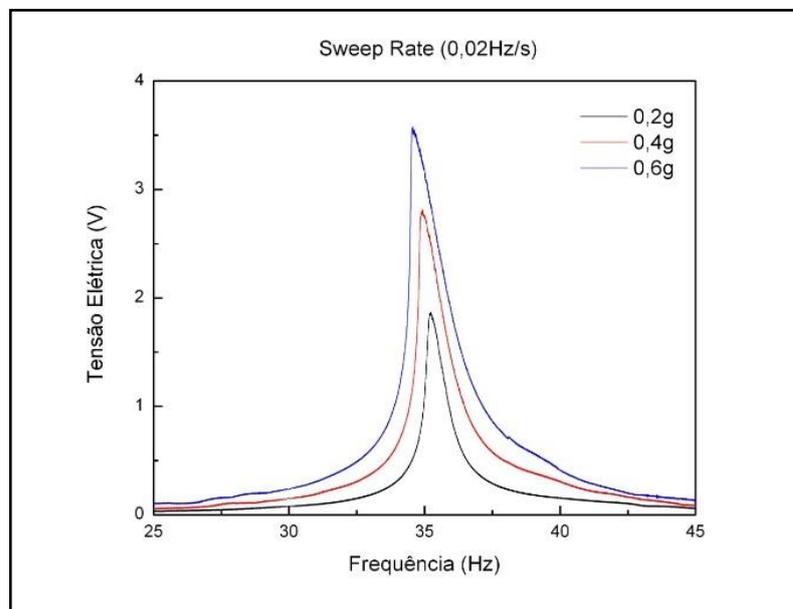
## Capítulo 5

### Resultados Experimentais

Esse capítulo tem por objetivo mostrar os resultados experimentais obtidos através dos aparatos experimentais descritos no Capítulo 4.

#### 5.1 Sistema Piezelétrico Linear

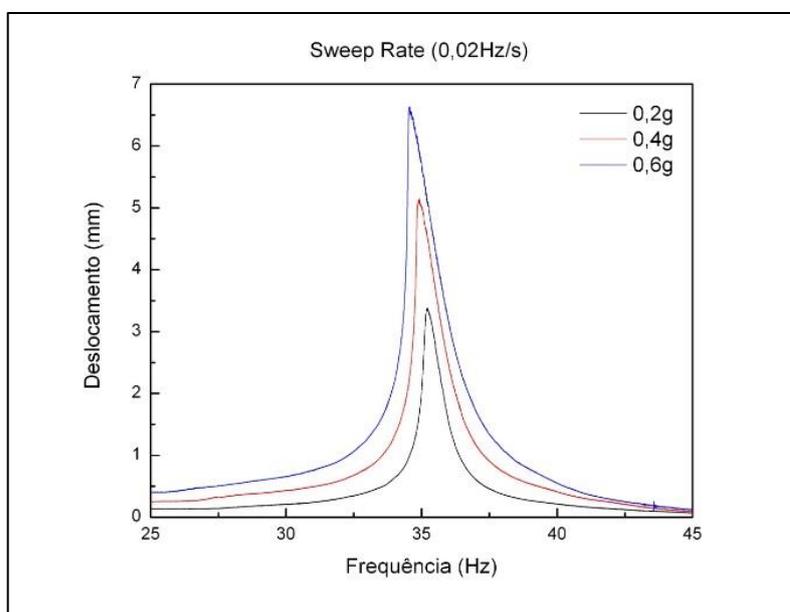
O experimento consiste em excitar a viga piezelétrica harmonicamente através do *Shaker* Mecânico que oscila numa faixa de frequências determinada. Primeiramente foram realizados nove testes, os quais são realizados três testes alterando-se as acelerações para uma taxa de varredura de frequências (*Sweep ratio*), ou seja, são realizados testes para três varreduras diferentes cada qual com três amplitudes de aceleração diferentes. Contudo, fora selecionado somente uma fração desses resultados para mostrar os principais comportamentos do sistema. Portanto, serão apresentados nas Figuras 5.1 e 5.2 os resultados referentes a tensão elétrica e do deslocamento da ponta da viga medido pelo sensor óptico e pelo sistema de aquisição de dados *Spider*, respectivamente.



**Figura 5.1** - Resultado Experimental. Gráfico de Tensão Elétrica (V) x Frequência (Hz) a taxa de varredura de 0,02 Hz/s.

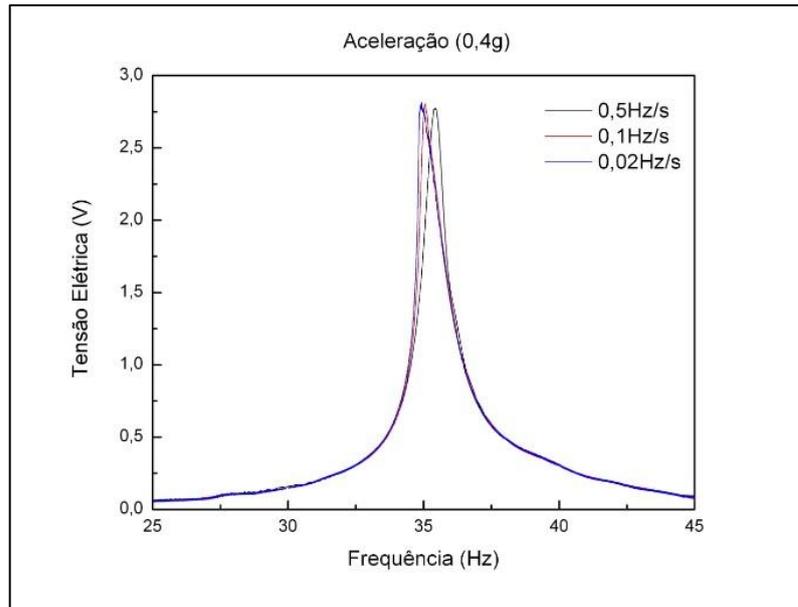
Como esperado, na Figura 5.1 pode-se observar o aumento na amplitude da tensão elétrica em função do aumento das acelerações de vibração aplicadas pelo *shaker*.

Na Figura 5.2 pode-se observar o aumento na amplitude do deslocamento em função do aumento das acelerações de vibração aplicadas pelo *Shaker*.

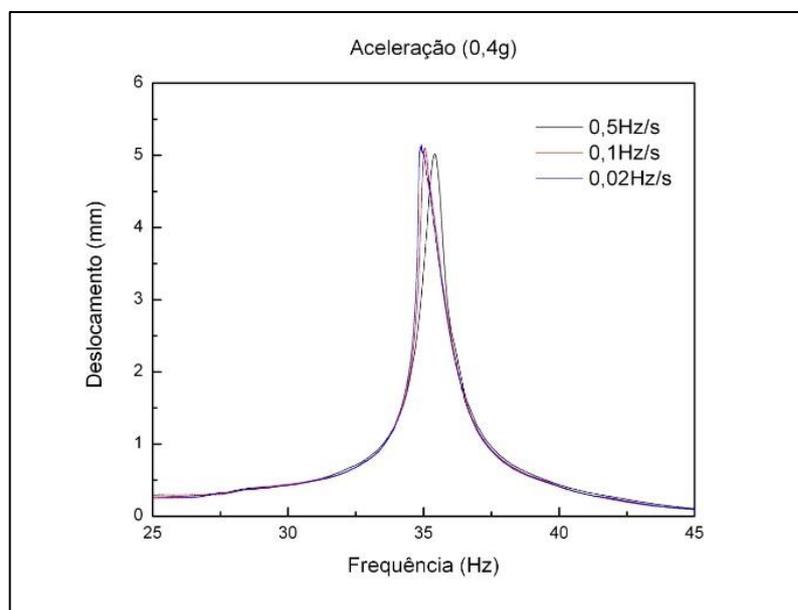


**Figura 5.2** - Resultado Experimental. Gráfico de deslocamento (*mm*) x Frequência (*Hz*) a taxa de varredura de  $0,02 \text{ Hz/s}$ .

Uma análise posterior, verifica-se a compatibilidade das curvas variando as taxas de varreduras para uma dada aceleração. Objetivo é verificar que independente da taxa de varredura a frequência de ressonância seja a mesma. As Figuras 5.3 e 5.4 ilustram curvas de tensão elétrica e deslocamento em função da frequência para aceleração de  $0,4g$ , respectivamente. É observado um pequeno desvio para direita na curva para a taxa de varredura de  $0,5 \text{ Hz/s}$ . No entanto, isso pode ser explicado pelo fato da taxa de varredura utilizada ser muito alta, o que pode fazer com que o sistema ainda esteja no regime transiente, não permitindo que a viga entre no regime estacionário antes da mudança para um novo valor de frequência. Por outro lado, observa-se que para as outras taxas, ou seja, ( $0,1$  e  $0,02$ )  $\text{Hz/s}$  as frequências de ressonância tendem ao mesmo ponto.



**Figura 5.3** - Resultado Experimental. Gráfico de Tensão Elétrica (V) x Frequência (Hz) para aceleração de 0,4g.



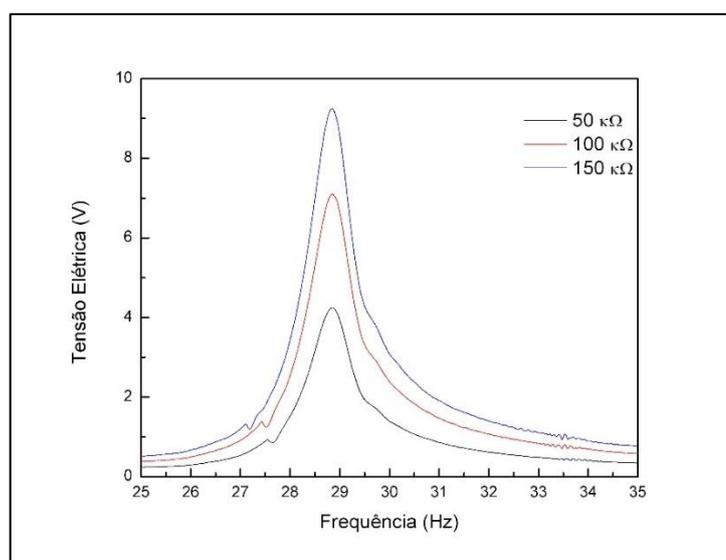
**Figura 5.4** - Resultado Experimental. Gráfico de deslocamento (mm) x Frequência (Hz) para aceleração de 0,4g.

## 5.2 Sistema Piezelétrico Não-Linear

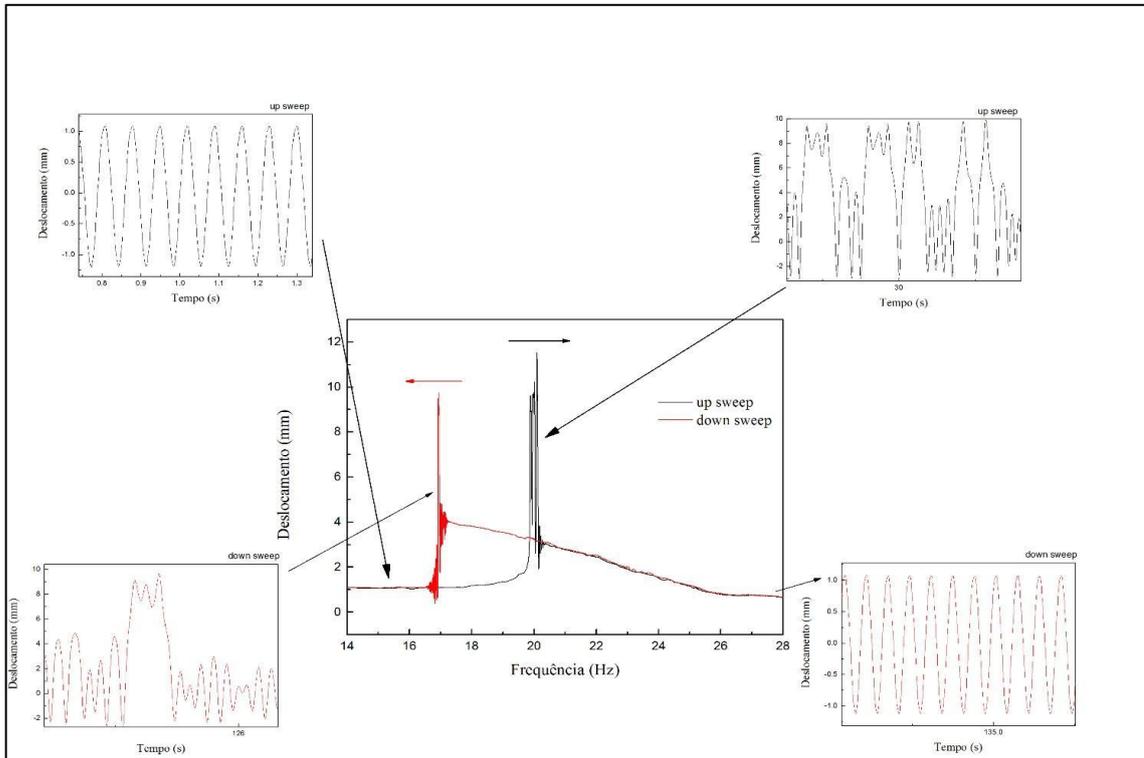
Nesta etapa, primeiramente foram realizados três testes, com o objetivo de selecionar a melhor resistência elétrica para esse trabalho, como explicado na Seção 4.3. Os resultados da variação da tensão elétrica com a variação das resistências, são ilustrados pela Figura 5.5.

Posteriormente, foram realizados diversos testes colocando-se os ímãs da base a diferentes distâncias, com objetivo de encontrar uma configuração que permitisse observar o comportamento não linear biestável. Durante os experimentos observou-se que a melhor configuração de posicionamento dos ímãs era na extremidade livre da viga e outro na base, como ilustrado na Figura 5.8. Após a realização de diversos testes alterando-se a geometria e intensidade dos ímãs observou-se o comportamento o comportamento biestável com a configuração ilustrado pela Figura 5.8. Os resultados destes testes são ilustrados pelas Figuras 5.6, 5.7 e 5.8.

A figura 5.6 mostra os deslocamentos em função da frequência obtidos com varredura crescente (ida) e decrescente (volta), e os gráficos adicionais com ampliação de diferentes regiões de interesse. Observam-se os efeitos não lineares em algumas regiões, nas regiões com grandes deslocamentos (regiões de biestabilidade) ocorrendo em frequências diferentes na varredura crescente (ida) e decrescente (volta), comportamento típico de sistema não lineares. Estes grandes deslocamentos indicam que a viga foi capaz de oscilar entre dois pontos de equilíbrio criados pela introdução de ímãs no sistema.

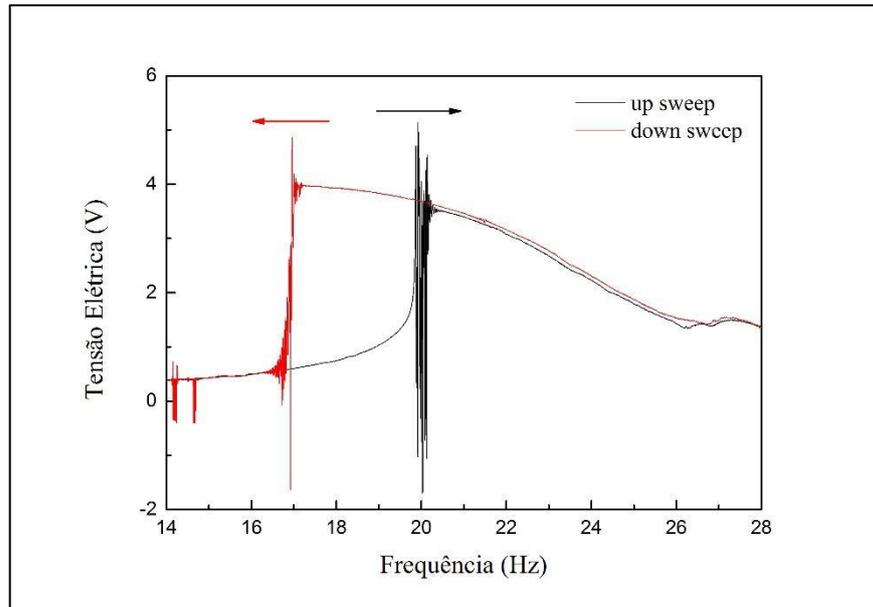


**Figura 5.5** - Resultado Experimental. Gráfico da Tensão Elétrica (V) x Frequência (Hz) para diferentes Resistências Elétricas.

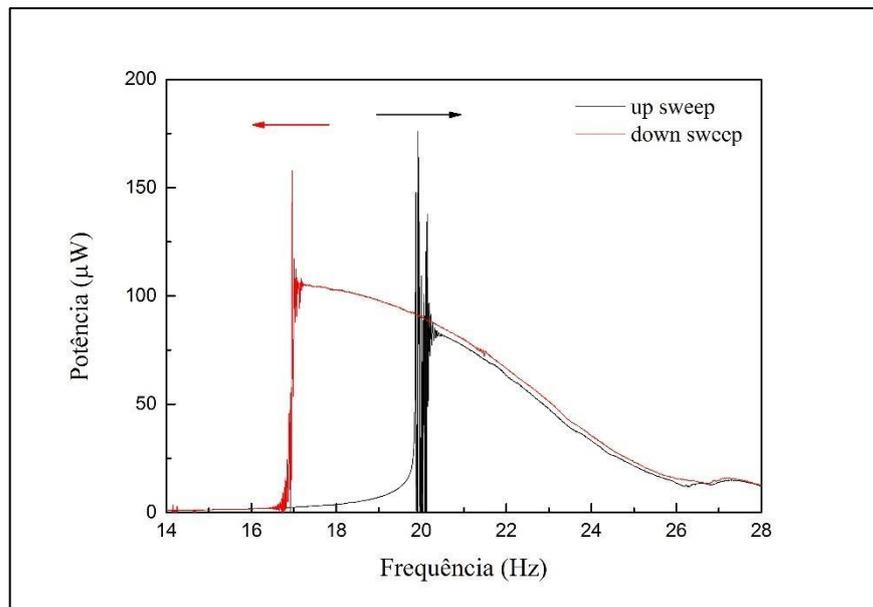


**Figura 5.6** - Resultado Experimental. Gráfico do Deslocamento ( $mm$ ) x Frequência ( $Hz$ ) e graficos adicionais com ampliação de diferentes regiões de interesse.

Nos gráficos 5.7 e 5.8 observamos para tensão elétrica e potência efeitos similares aos observados nos gráficos de deslocamento apresentados na Figura 5.6, ou seja, nas regiões próximas de grandes deslocamentos são alcançadas amplitudes de tensões e potência muito mais elevadas comparando as regiões mais afastadas. Tais Figuras confirmam uma alteração significativa na dinâmica do sistema de modo que foi necessário utilizar-se de outros métodos mais minuciosos de análise para resultados obtidos. Portanto, os próximos resultados mostram o comportamento em algumas frequências, em vez de uma faixa de frequências como observados nos primeiros resultados.



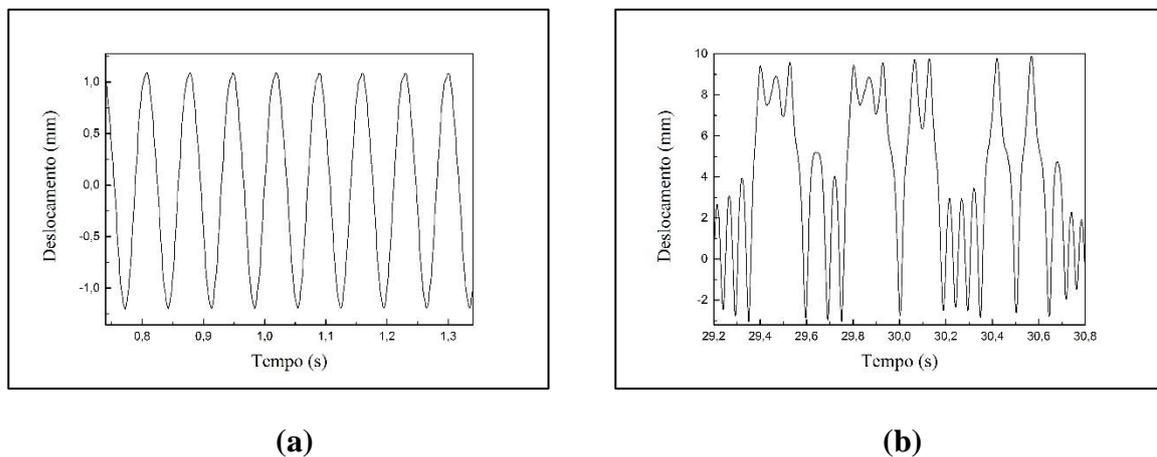
**Figura 5.7** - Resultado Experimental. Gráfico da Tensão Elétrica ( $V$ ) x Frequência ( $Hz$ ).



**Figura 5.8** - Resultado Experimental. Gráfico de da Potência Elétrica ( $\mu W$ ) x Frequência ( $Hz$ ).

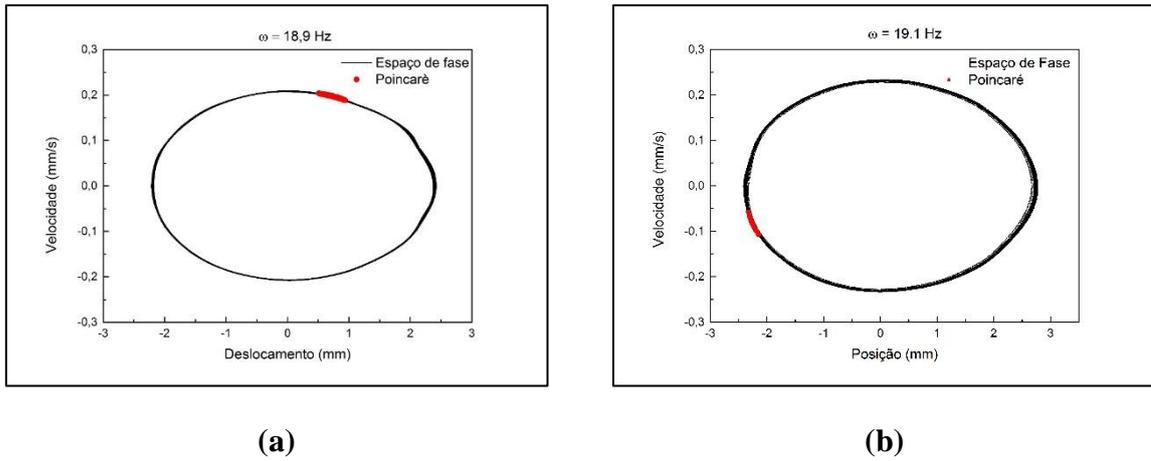
Nessa fase utilizaremos métodos como Espaço de Fase e seção de Poincaré de forma a investigar o comportamento dos resultados a fim de verificar se na região de biestabilidade encontraremos resultados caóticos ou com muito períodos. A *Seção de Poioncaré* é um

procedimento através do qual é possível reduzir um sistema dinâmico contínuo no tempo (fluxo) em um discreto (mapa). Este procedimento elimina pelo menos uma variável do problema, sendo uma transformação que possibilita uma melhor compreensão da dinâmica global do sistema (SAVI, 2006). Além disso, buscamos confirmar a hipótese compartilhada por muitos autores de que com esses efeitos verifica-se maior possível geração de energia numa maior faixa de frequências. Os gráficos da figura 5.9 ilustram melhor a necessidade de se utilizar novos métodos que analise, pois podemos observar uma variação do comportamento onde os resultados passam de um comportamento harmônico bem definido para o comportamento o qual ainda precisa ser definido, se caótico ou com muitos períodos, mas a priori podemos identificar que o sistema oscila de modo bastante complexo característicos de efeito biestável com visto anteriormente no Capítulo 3.

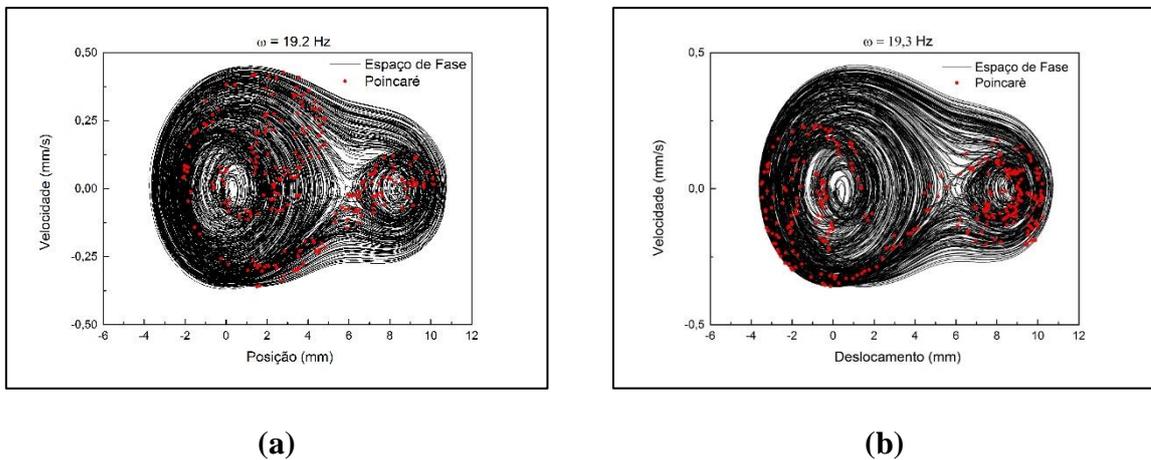


**Figura 5.9** – Resultado Experimental. **(a)** Comportamento Linear e **(b)** Não-Linear do Sistema.

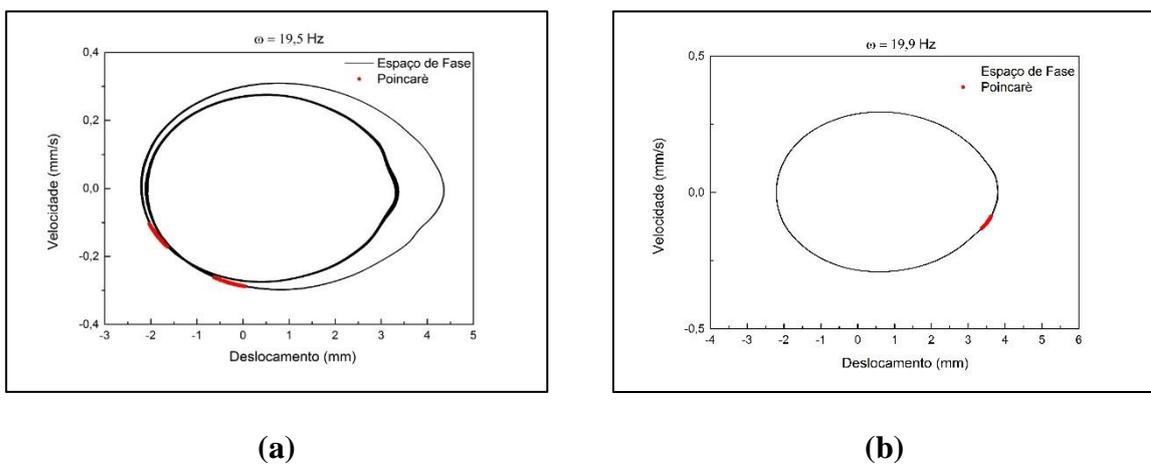
Os resultados mostrados nas Figuras 5.10, 5.11, 5.12 e 5.13, são análise utilizando o método espaço de fase que é utilizado nesse projeto para identificar os pontos de equilíbrio do sistema e suas orbitas de forma a identificar regiões de mono e bi estabilidade. De fato, observa-se para regiões afastadas da frequência de ressonância o comportamento periódico, ilustrado pelas figura 5.10 e 5.12 e para regiões próximas da frequência de ressonância o efeito biestável ilustrado pelas Figuras 5.11 e 5.13.



**Figura 5.10** – Diagrama de Espaço de fase e Poincaré para as frequências (a) 18,9 Hz e (b) 19,1 Hz

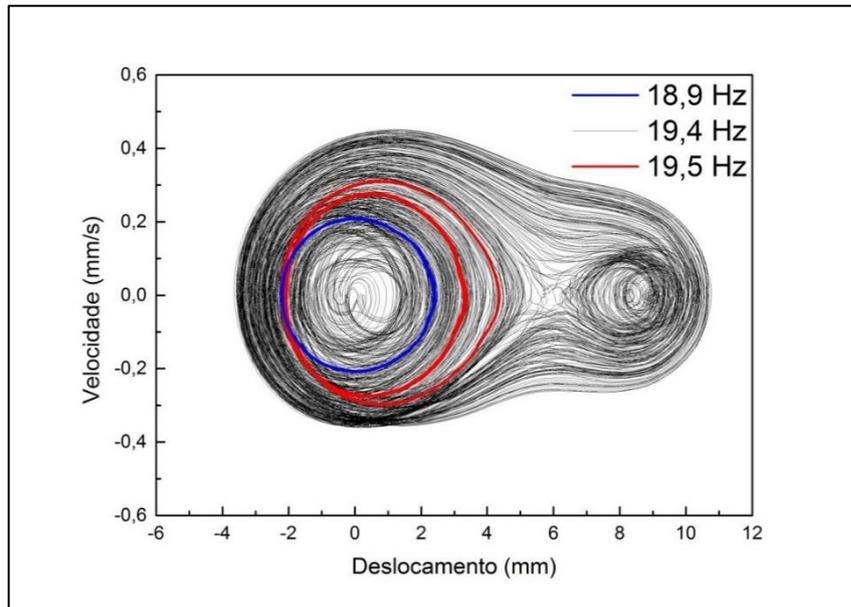


**Figura 5.11** – Diagrama de Espaço de fase e Poincaré para as Frequências: (a) 19,2 Hz e (b) 19,3 Hz.



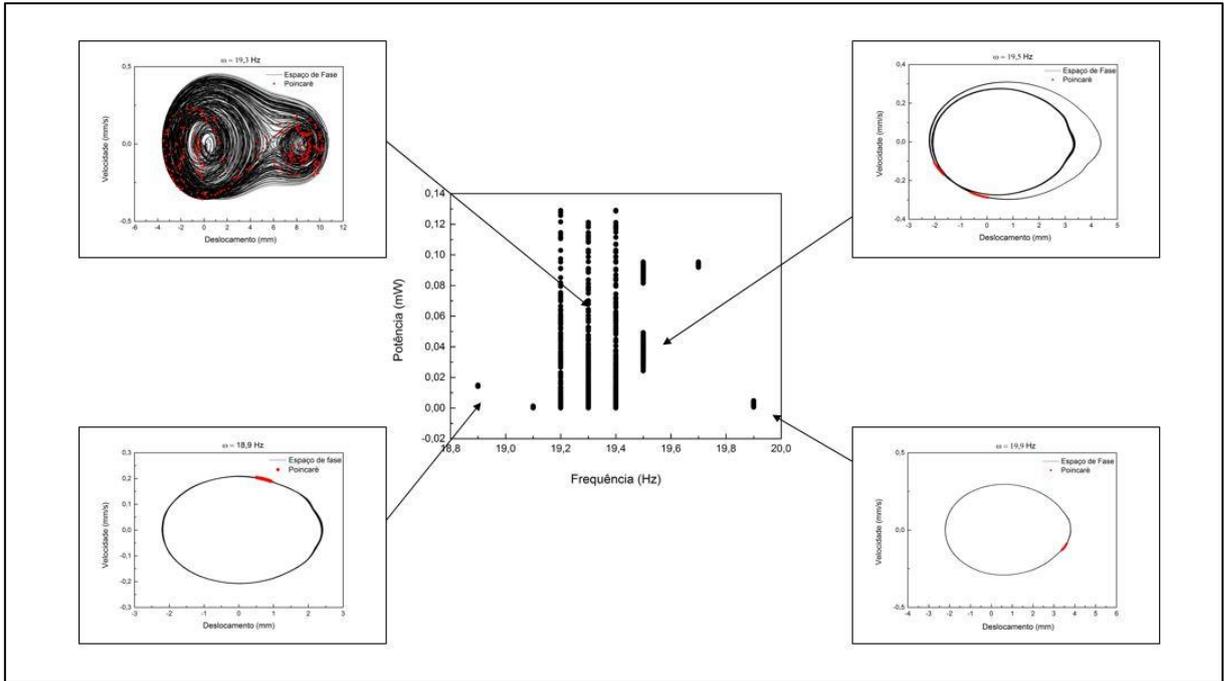
**Figura 5.12** – Diagrama de Espaço de fase e Poincaré para as Frequências: (a) 19,5 Hz e (b) 19,9 Hz.

Na figura 5.16 pode-se ver as comparações dos espaços de fase para três diferentes frequências 18,9, 19,4 e 19,5 Hz, de forma que as maiores amplitudes de deslocamento estão localizadas, como previsto, nas regiões próximas a frequência de 19,4 Hz.



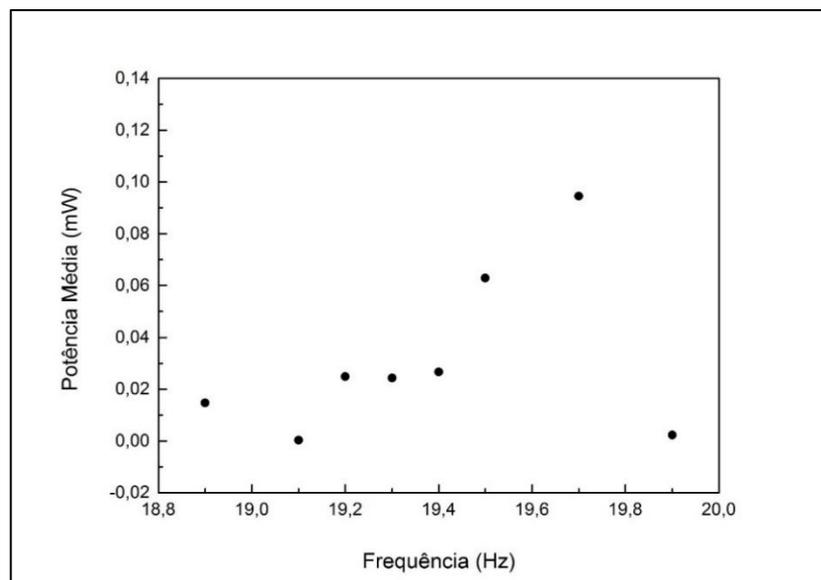
**Figura 5.13** – Diagrama de Espaço de Fase para as Frequências 18,9, 19,4 e 19,5 [Hz].

Os próximos resultados de potência versus frequência são ilustrados pelo diagrama de bifurcação apresentado na Figuras 5.14. Estes resultados mostram as seções de Poincaré de modo a construir um mapa no qual podemos identificar o comportamento do sistema especificamente em cada frequência para termos uma melhor compreensão da dinâmica global do sistema. Na Figura 5.14, pode-se observar regiões com uma nuvem de pontos. Gráficos auxiliares mostram os espaços de fase para algumas frequências para melhor ilustrar a dinâmica do problema.



**Figura 5.14** – Diagrama de Bifurcação da Potência ( $mW$ ) x Frequência ( $Hz$ ) e Espaços de Fase para as Frequências 18,9, 19,3, 19,5 e 19,9 [ $Hz$ ].

Posteriormente, para verificar a eficiência do sistema em diferentes frequências fez-se uma média das potências obtidas nas análises mostradas, esse resultado pode ser visto na figura 5.15. Observa-se entre as frequências de 19,2  $Hz$  e 19,4  $Hz$ , regiões onde o sistema apresentou órbitas mais complexas. Porém a potência média dessa região é menor que a encontrada em regiões periódicas como em 19,7  $Hz$ .



**Figura 5.14** – Diagrama de Bifurcação da Potência Média ( $mW$ ) x Frequência ( $Hz$ ).

## Capítulo 6

### Análise Numérica em Elementos Finitos

O modelo em elementos finitos foi desenvolvido com o intuito de simular numericamente os sistemas de coleta de energia piezelétrico e piezomagnetoelástico de forma a prever a resposta desses sistemas antes de testá-los em um ambiente real, comparando suas respostas em relação às condições de funcionamento.

Devido à complexidade da simulação numérica, o desenvolvimento do modelo em elementos finitos foi dividido em 3 partes. A primeira parte consistiu no desenvolvimento à parte de um modelo para as massas magnéticas permanentes de Nd<sub>2</sub>Fe<sub>14</sub>B (Neodímio-Ferro-Boro), para que haja um completo entendimento do comportamento das forças magnéticas, fluxos magnéticos e linhas de campo, além das particularidades de uma simulação magnetoestática. A segunda parte consistiu na modelagem de uma viga *bimorph* piezelétrica simples, de modo a determinar a convergência da malha utilizada, calibrar o número de divisões de ciclos na análise transiente e prever a geração de energia de um sistema piezelétrico linear. Finalmente, a terceira parte consistiu no desenvolvimento do modelo piezomagnetoelástico, de forma a levar em consideração a não-linearidade provocada pelas forças magnéticas no sistema como um todo, analisando seu comportamento em relação ao potencial elétrico gerado e às condições de biestabilidade.

#### 6.1 Análise Magnetoestática

Essa seção tem como objetivo a obtenção do comportamento das forças magnéticas exercidas no sistema ao analisar dois ímãs permanentes de Nd<sub>2</sub>Fe<sub>14</sub>B (Neodímio-Ferro-Boro) do tipo N42, dispostos em uma distância vertical de  $y = 0,01 \text{ m}$  entre si, e distância horizontal variante de  $x = (-0,02; 0,02) \text{ m}$ , dividida em incrementos de  $0,001 \text{ m}$ .

As análises magnetoestáticas levam em consideração a presença de uma massa de ar em torno dos corpos físicos a serem analisados, portanto certas propriedades do ar como massa específica e permeabilidade magnética relativa precisam ser definidas.

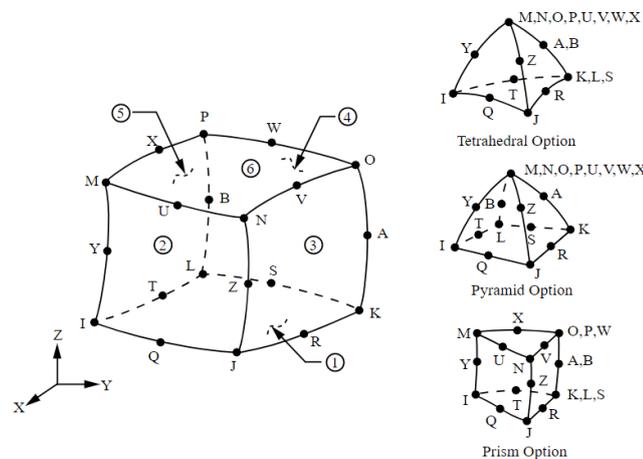
As propriedades geométricas e materiais das massas magnéticas e do ar estão dispostas na tabela 6.1:

**Tabela 6.1** – Propriedades geométricas e materiais das massas magnéticas e do ar.

Parâmetro	Variável	Valor	Unidade
<b>Ímãs de Neodímio N42</b>			
Comprimento	$x_m$	0,01	$m$
Largura	$z_m$	0,01	$m$
Altura	$y_m$	0,005	$m$
Distância Entre Ímãs	$d_m$	0,01	$m$
Remanência Magnética	$B_R$	1,3	$T$
Permeabilidade Magnética Relativa do Neodímio	$\mu_m$	1,05	-
Massa Específica	$\rho_m$	7500	$kg/m^3$
<b>Ar</b>			
Permeabilidade do Espaço Livre	$\mu_0$	$4\pi(10^{-7})$	-
Permeabilidade Relativa do ar	$\mu_{ar}$	1	-
Massa Específica do ar	$\rho_{ar}$	0	$kg/m^3$

O tipo de elemento SOLID236, disponível na biblioteca de elementos do ANSYS foi utilizado, se caracterizando por ser um elemento 3D com 20 nós, capaz de modelar campos eletromagnéticos.

A formulação leva em consideração apenas a condição de contorno inicial de fluxo nas extremidades dos elementos (*Edge-flux*). A figura 6.1 mostra a geometria do elemento e suas respectivas opções de forma.

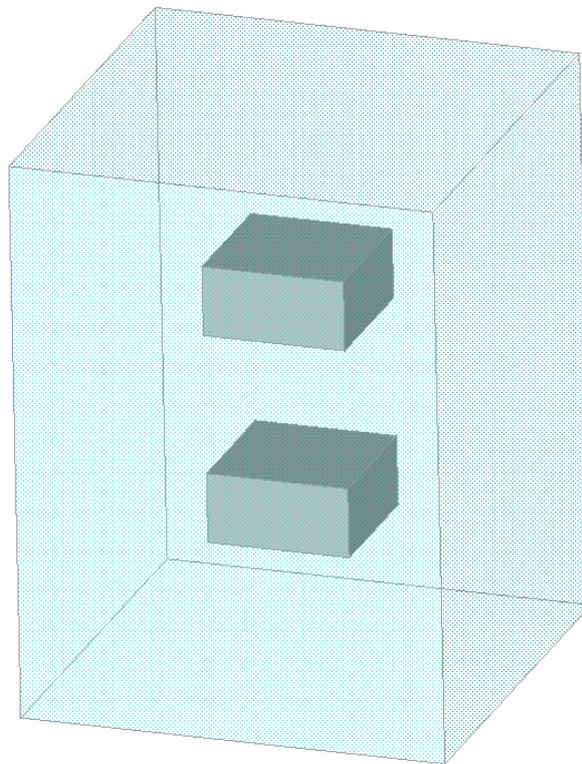


**Figura 6.1** – Geometria do Elemento SOLID236. (ANSYS Academic, Release 18.2, Element Library, SOLID 236)

### 6.1.1 Análise de Convergência

Primeiramente foi feita uma análise de convergência de malha para determinar qual a densidade de malha deveria ser utilizada na simulação. Foram analisadas duas propriedades: a densidade de fluxo magnético  $B$ , e a magnitude da força entre os dois ímãs  $F$ . Como há a presença de dois tipos de malha no sistema (a malha dos ímãs e a malha do ar) e como o interesse da análise se dá somente nos ímãs, a malha do ar foi fixada com um comprimento de elemento de  $0,003\text{ m}$ . O teste foi feito em relação à densidade de malha das massas magnéticas.

A geometria utilizada para o teste de convergência é mostrada na figura 6.2:

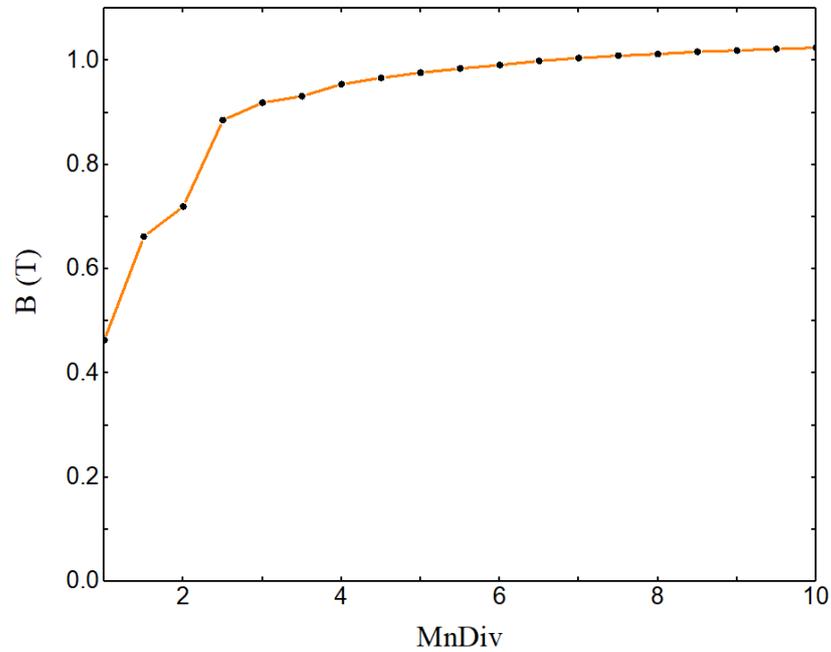


**Figura 6.2** – Geometria utilizada para a análise de convergência de malha

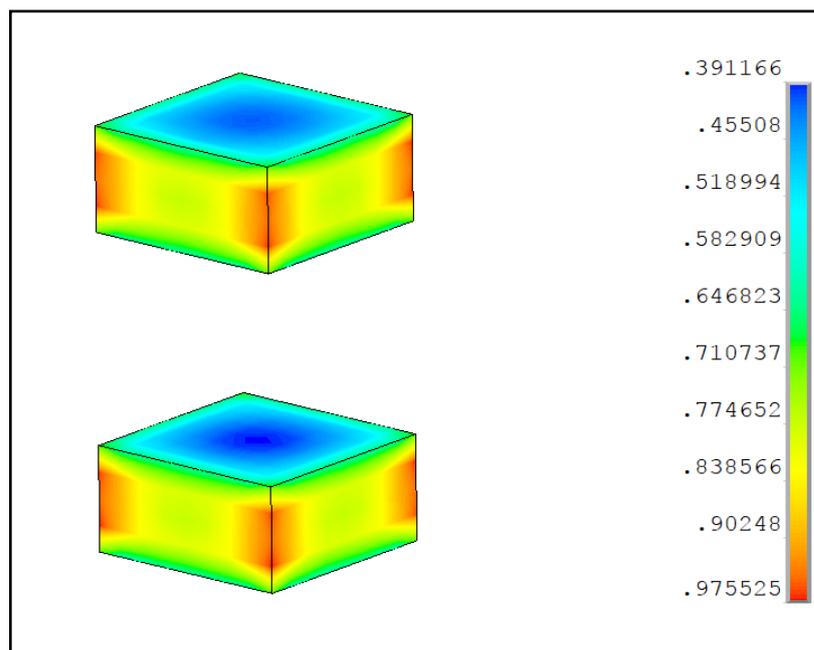
O controle de malha foi definido de acordo com a Equação 6.1, onde se divide a altura  $y_m$  por um número crescente de elementos, até que os valores da propriedade analisada não apresente grandes divergências.

$$\text{Densidade de Malha} = \frac{y_m}{MnDiv} \quad (6.1)$$

Primeiramente foi analisado o comportamento da densidade de fluxo magnético  $B$  apresentado pelas massas magnéticas de acordo com o aumento de  $MnDiv$ . Os resultados presentes na Figura 6.3 mostram que a convergência de malha ocorre em torno de 4 divisões ( $MnDiv = 4$ ).

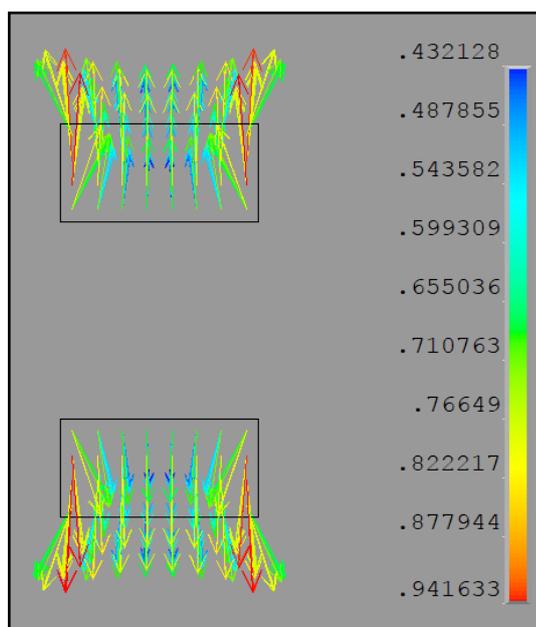


**Figura 6.3** – Convergência de Malha – Densidade de Fluxo Magnético  $B$

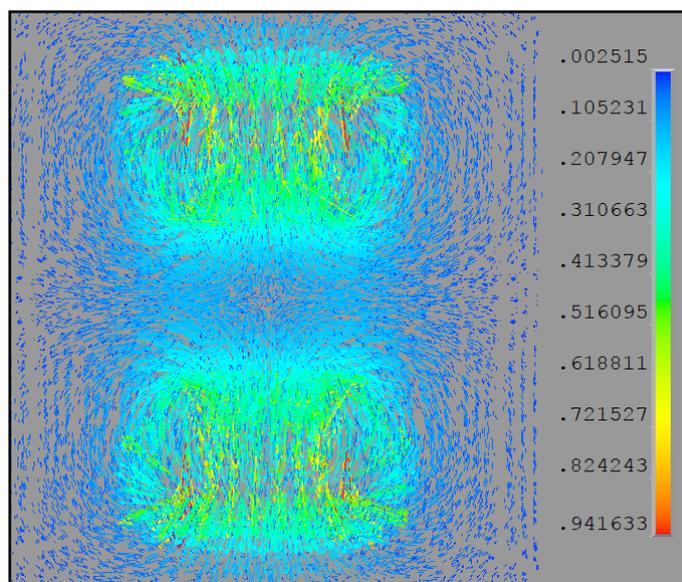


**Figura 6.4** – Densidade de Fluxo Magnético  $B$  (Tesla)

A posição dos ímãs foi configurada de forma a estabelecer um sistema repulsivo entre as geometrias. As Figuras 6.5 e 6.6 mostram os vetores de Fluxo Magnético  $\mathbf{B}$  e suas respectivas direções, mostrando os pólos norte e sul do sistema. Os vetores apontam sempre para o polo Norte das massas magnéticas.

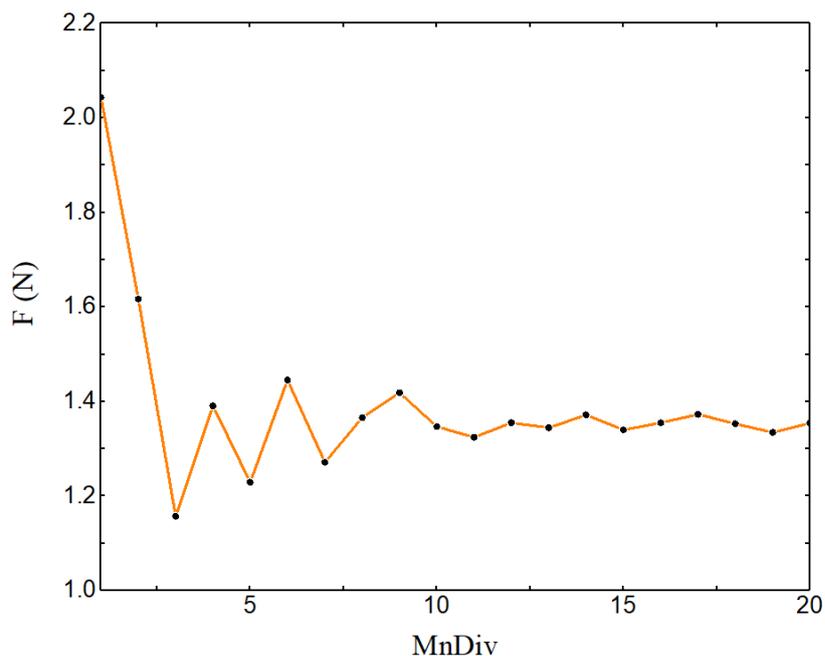


**Figura 6.5** – Vetores Fluxo Magnético  $\mathbf{B}$  – Apenas massas magnéticas selecionadas.



**Figura 6.6** – Vetores Fluxo Magnético  $\mathbf{B}$  – Todo o sistema selecionado.

A análise do comportamento da força entre os ímãs foi analisado da mesma maneira que o anterior. Esta análise ocorre de forma a quantificar os valores de força do ímã inferior atuantes no ímã superior (no centro do sistema de coordenadas do ímã superior). Todavia percebe-se que a convergência de malha em relação a forças magnéticas ocorre com uma divisão de malha muito superior à análise anterior. A Figura 6.7 mostra que a convergência, nesse caso, ocorre em  $MnDiv = 16$ .



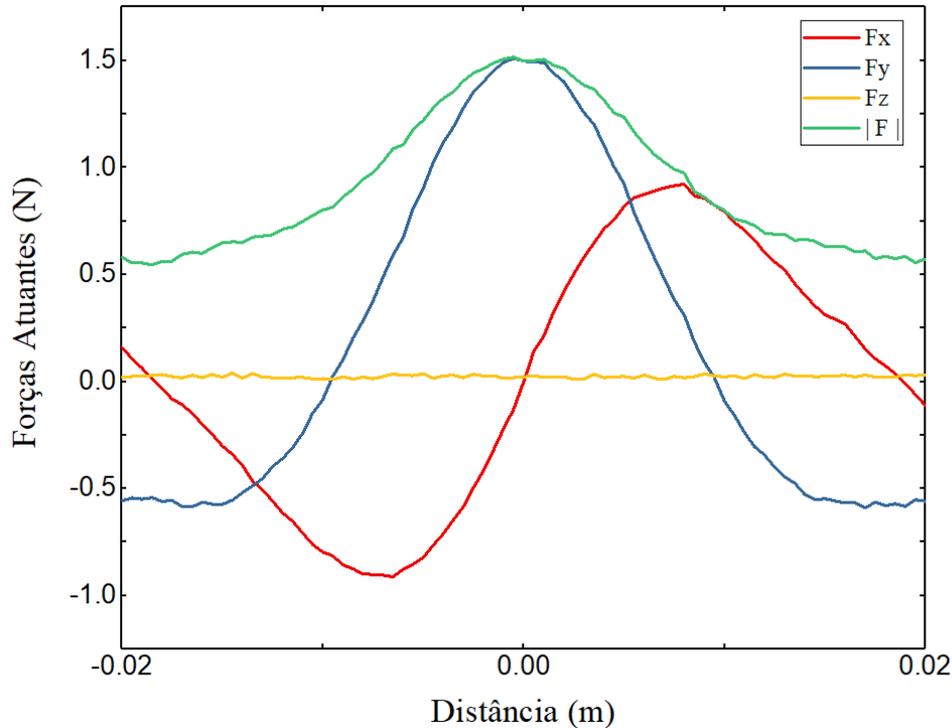
**Figura 6.7** – Convergência de Malha – Força entre dois ímãs  $F$

A análise dos dois casos mostra que a convergência demora mais a ocorrer no caso das forças magnéticas em comparação com o caso da densidade de fluxo magnético. Portanto foi utilizada uma densidade de malha de  $MnDiv = 16$  na análise magnetoestática.

### 6.1.2 Resultados da Análise Magnetoestática

A análise magnetoestática foi feita de forma a fixar a posição do ímã inferior em  $(x, y) = (0, 0)$  e movimentar o ímã superior em incrementos de  $0,0001 m$ , variando sua posição em  $x$  de  $-0,02 m$  até  $0,02 m$ , mantendo sua distância do ímã superior constante ( $d_m = 0,01 m$ ). Para cada posição em  $x$  foi calculada a força atuante do ímã inferior no ímã

superior, de forma a prever o comportamento das forças em todo o intervalo de deslocamento. Os resultados são apresentados na figura 6.8.

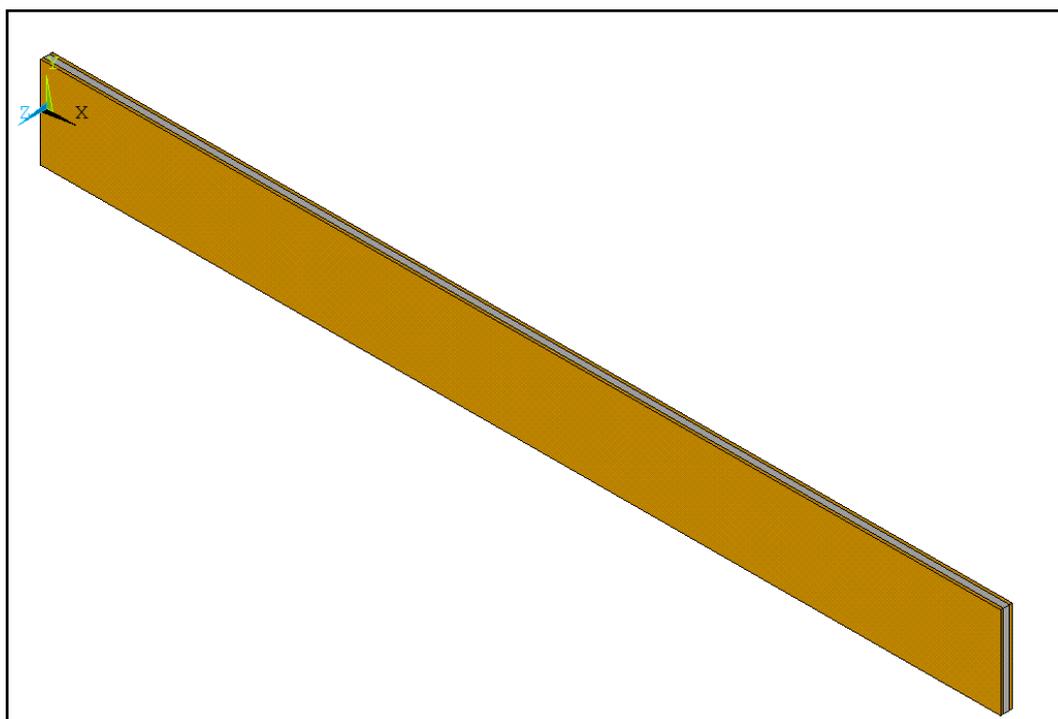


**Figura 6.8** – Forças atuantes entre as massas magnéticas.

Os resultados indicaram que a componente de força em  $y$  ( $F_y$ ), aumenta quando os ímãs estão perfeitamente alinhados, decaindo rapidamente de acordo com o aumento da distância entre eles. A força atuante em  $z$  ( $F_z$ ), como esperado, permanece nula pois não há nenhum movimento na direção do eixo  $z$ . É interessante notar a o comportamento da força em  $x$  ( $F_x$ ), pois ela descreve um comportamento não linear cúbico, semelhante a força atuante em um oscilador Duffing, onde a força obedece a equação  $F = kx$ , onde  $k = \beta x + \alpha x^3$ , com  $\beta < 0$  e  $\alpha > 0$ . A medida que o ímã superior se afasta da origem, quaisquer que seja seu sentido, ele é empurrado na mesma direção e sentido pela força em  $x$ , de forma provocar uma instabilidade no ponto de origem. Esse comportamento será melhor discutido na seção 6.3.

## 6.2 Análise do Sistema Piezelástico (Linear)

Essa seção tem como objetivo a análise do comportamento de um sistema coletor de energia piezelétrico linear do tipo *cantilever bimorph*. A geometria do modelo se caracteriza por conter uma viga de alumínio como base estrutural, e duas finas camadas de material piezelétrico PZT-5A nas maiores faces da viga. A Figura 6.9 ilustra o modelo utilizado na análise.



**Figura 6.9** – Geometria do sistema linear de coleta de energia.

A geometria é acoplada a um resistor de resistência  $R$ , de forma a simular o circuito elétrico do sistema que recebe e armazena a energia gerada pela viga piezelétrica. As propriedades geométricas e materiais referentes aos elementos presentes no sistema são descritas na Tabela 6.2.

Os tipos de elementos utilizados na estrutura do alumínio, PZT e Resistor foram o SOLID186, SOLID 226 e CIRCUC94, respectivamente. Tais elementos estão disponíveis na biblioteca de elementos do Ansys Academic, 18.2 Release.

Tabela 6.2 – Propriedades geométricas e materiais do sistema piezelétrico linear.

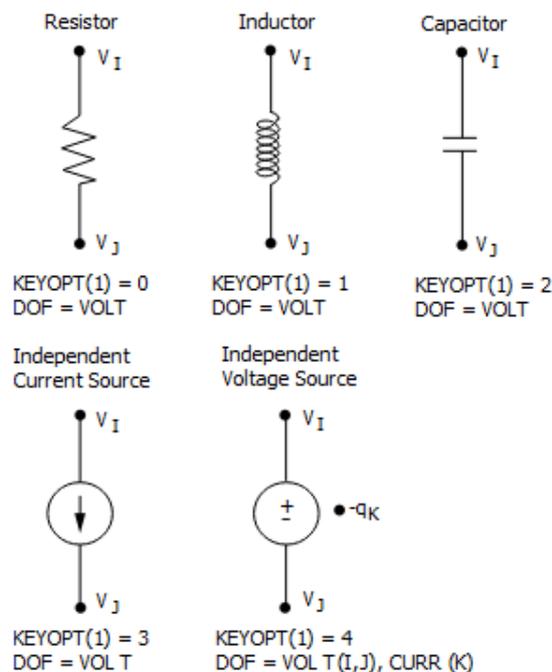
Parâmetros	Variável	Valor	Unidade
<b>Alumínio</b>			
Comprimento	$x$	63,5	$mm$
Espessura	$z$	0,4064	$mm$
Largura	$y$	6,096	$mm$
Massa Específica	$\rho$	2770	$kg/m^3$
Módulo de Elasticidade (Young)	$E$	71	$GPa$
Coefficiente de Poisson	$\nu$	0,33	–
<b>Camadas Piezelétricas (PZT - 5A)</b>			
Comprimento	$x_{pzt}$	63,5	$mm$
Espessura	$z_{pzt}$	0,1905	$mm$
Largura	$y_{pzt}$	6,096	$mm$
Massa Específica	$\rho_{pzt}$	7750	$kg/m^3$
Coefficiente de Poisson	$\nu_{pzt}$	0,31	–
Constantes Piezelétricas	$d_{31}$	–171	$pC/N$
	$d_{33}$	374	$pC/N$
	$d_{15}$	584	$pC/N$
Constantes Elásticas de Flexibilidade	$s_{11}^E$	16,4	$pm^2/N$
	$s_{12}^E$	–5,74	$pm^2/N$
	$s_{13}^E$	–7,22	$pm^2/N$
	$s_{33}^E$	18,8	$pm^2/N$
	$s_{55}^E$	47,5	$pm^2/N$
	$s_{66}^E$	44,3	$pm^2/N$
Constantes Dielétricas	$\varepsilon_{11}^T/\varepsilon_0$	1730	–
	$\varepsilon_{33}^T/\varepsilon_0$	1700	–
Permissividade no vácuo	$\varepsilon_0$	8,854	$pF/m$
<b>Resistor</b>			
Resistência	$R$	$1 \times 10^6$	$Ohm$
<b>Sistema</b>			
Coeficientes de Amortecimento	$\alpha_d$	0	–
	$\beta_d$	$3,2 \times 10^{-5}$	–

O elemento SOLID186, utilizado para modelar a viga de alumínio, é do tipo estrutural, possuindo geometria 3D e 20 nós, de forma a exibir um comportamento quadrático de deslocamento. O elemento possui três graus de liberdade por nó, sendo eles nas direções  $x$ ,  $y$  e

z. No caso analisado, o elemento possui função simples no modelo, servindo apenas como um elemento estrutural básico. Para isso, foram utilizadas as suas configurações padrão.

O elemento SOLID226, utilizado para modelar as camadas piezelétricas do sistema, é do tipo sólido de campo acoplado, ou seja, é um elemento que consegue acoplar diferentes áreas físicas em uma simulação. Este é composto por 20 nós, com cada um podendo possuir até seis graus de liberdade, dependendo do acoplamento escolhido. No caso analisado, a opção piezelétrico foi usada, para simular materiais que transformam deformação em tensão elétrica, ou vice-versa. Neste caso, os graus de liberdade disponíveis em cada nó se resumem em deslocamentos nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  e valores de potencial elétrico.

O elemento CIRCU94, usado para modelar o circuito integrado ao sistema, é um tipo de elemento disponível na biblioteca do ANSYS 18.2 separado especialmente para o uso em simulações envolvendo materiais piezelétricos e circuitos acoplados. Tal elemento pode simular os tipos mais comuns de componentes presentes num circuito eletrônico. No caso em estudo, utilizou-se a opção de simular um resistor simples, de resistência  $R$ , possuindo apenas um grau de liberdade em cada nó (valores de potencial elétrico). A Figura 6.10 mostra as configurações disponíveis do elemento.



**Figura 6.10** – Opções de Utilização do elemento CIRCU94 (Ansys Academic, Release 18.2, Element Library, CIRCU94).

O mecanismo de dissipação de energia mecânica foi introduzido no modelo através do método de amortecimento de Rayleigh. Tal método se resume na aplicação de duas constantes de amortecimento: a constante de amortecimento de massa ( $\alpha_d$ ) e a constante de amortecimento de rigidez ( $\beta_d$ ). O método de amortecimento de Rayleigh é definido pela seguinte equação:

$$[C] = \alpha_d[M] + \beta_d[K] \quad (6.2)$$

onde  $[C]$  é a matriz de amortecimento,  $[M]$  é a matriz de massa e  $[K]$  é a matriz de rigidez. Os valores de  $\alpha_d$  e  $\beta_d$  foram baseados no valores do coeficiente de amortecimento modal  $\xi_n$ , que se relacionam com tais constantes de acordo com a Equação 6.5:

$$\xi_n = \frac{\alpha_d}{2\omega_n} + \frac{\beta_d\omega_n}{2} \quad (6.3)$$

onde  $\omega_n$  é a frequência natural de ressonância no modo de vibração analisado. As análises modais serão avaliadas na Seção 6.2.2, de forma que o coeficiente de amortecimento será determinado.

### 6.2.1 Análise de Convergência

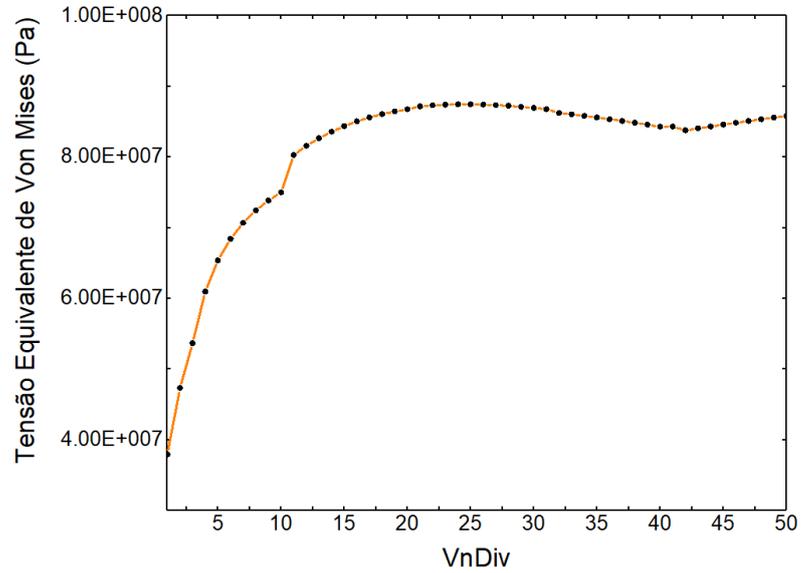
Semelhante ao caso da análise magnoestática, essa seção tem por objetivo analisar a convergência da malha em relação aos valores de Tensão de Equivalente de Von Mises, de forma a determinar a densidade de elementos adequada para as análises modal, harmônica e transientes dos modelos linear e não-linear de colheita de energia.

Para esta análise, a viga piezelétrico é engastada em uma de suas extremidades, resultando em uma condição de contorno de deslocamentos nulos ( $u_x = u_y = u_z = 0$ ), e aplica-se uma força de 1 N na outra extremidade, de modo a provocar uma deflexão na viga.

O controle de malha foi definido pela equação 6.4, onde se divide o comprimento da viga  $x_{pzt}$  por um número crescente de divisões  $VnDiv$ .

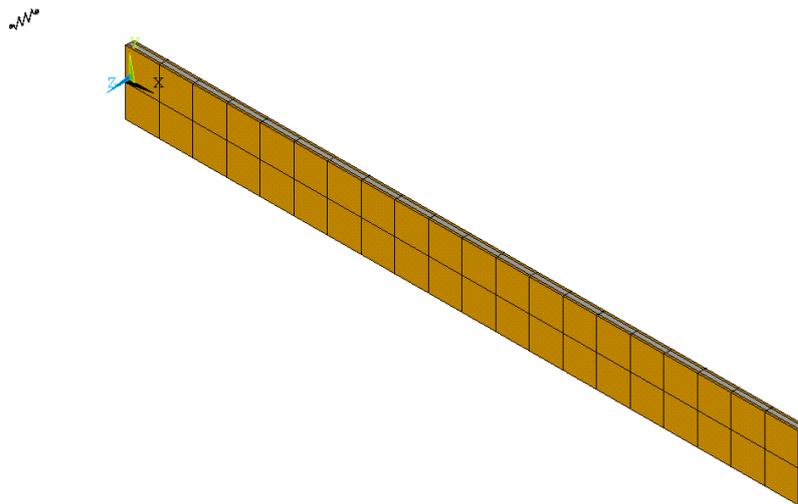
$$Densidade\ de\ Malha = \frac{x_{pzt}}{VnDiv} \quad (6.4)$$

O resultado da análise de convergência de malha é mostrado na Figura 6.11, onde se confirma que o número ideal de elementos se dá quando  $VnDiv = 20$ .

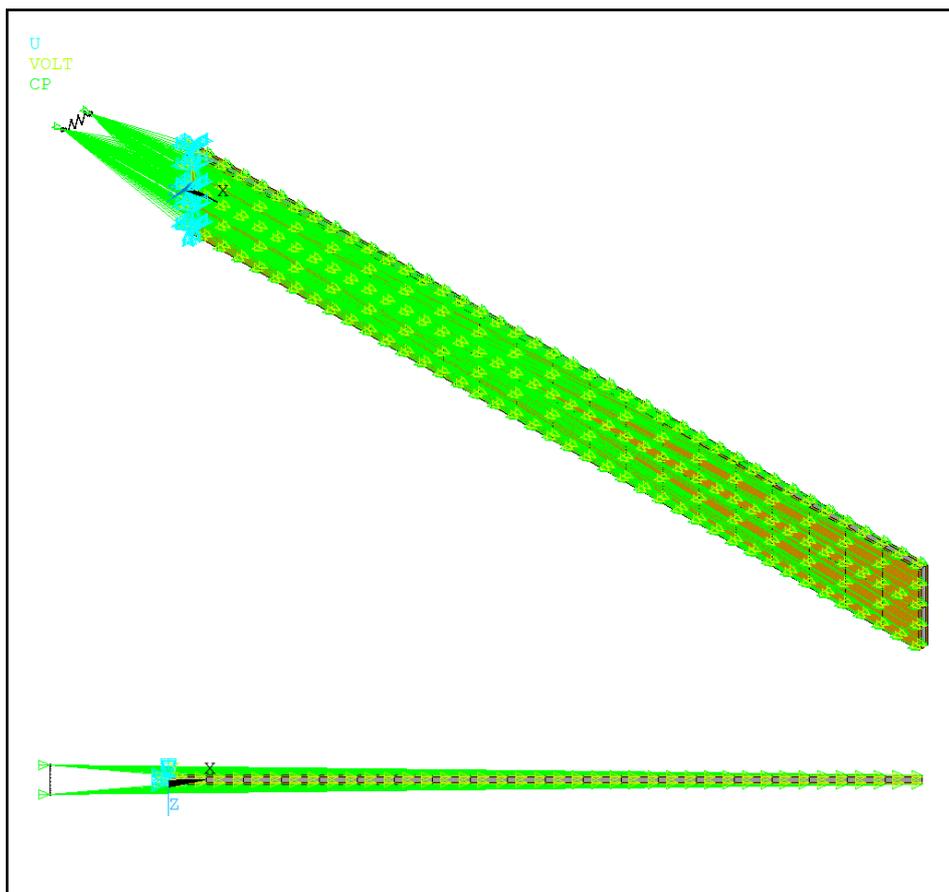


**Figura 6.11** – Convergência de Malha – Tensão Equivalente de Von Mises (Pa).

Portanto, o modelo discretizado é mostrado na figura 6.12, seguido da figura 6.13 onde são mostrados as condições de contorno e as condições de acoplamento impostas ao modelo.



**Figura 6.12** – Modelo Discretizado ( $VnDiv = 20$ ).



**Figura 6.13** – Condições de Contorno e Acoplamento

As condições de contorno mostradas na figura 6.13 foram definidas de forma a preparar o modelo para as próximas análises. As condições de contorno foram impostas de forma que em uma das extremidades da viga respeite a condição  $u_x = u_y = u_z = 0$  (para análise modal) e  $u_x = u_y = 0$  (para análises harmônica e transiente). Nas camadas piezelétricas, a polaridade está na direção  $z$  em direção à viga de alumínio, e é imposto que nas faces internas o valor de potencial elétrico é zero ( $Volt = 0$ ). Já nas faces externas, os nós são acoplados a um dos nós do resistor, formando uma ligação em série no sistema.

A ligação é feita de tal forma que o valor do potencial elétrico nos nós do resistor é o valor do potencial elétrico gerado pelo sistema.

### 6.2.2 Análise Modal

A análise modal tem por objetivo determinar os modos de vibração de uma estrutura, de forma a determinar em quais frequências ocorrem os maiores deslocamentos da mesma. Na maioria dos projetos, as regiões próximas à frequência natural de vibração de uma estrutura são evitadas de forma a evitar grandes deslocamentos e uma possível falha. No caso de geração de energia linear analisado, essa região é atraente pois é onde ocorrem os maiores deslocamentos da viga, de forma a gerar mais energia devido ao acoplamento eletromecânico dos materiais piezelétricos.

Para o caso especial dos piezelétricos, devido ao acoplamento eletromecânico do material, a resistência elétrica exerce uma influência considerável nos modos de vibrar do dispositivo, e conseqüentemente, em sua frequência natural de vibração. Portanto nessa seção serão analisados dois casos: o caso de circuito aberto, onde há uma grande resistência acoplada na viga ( $R \rightarrow \infty$ ), e o caso de curto-circuito, onde a resistência acoplada à viga tende a zero ( $R \rightarrow 0$ ).

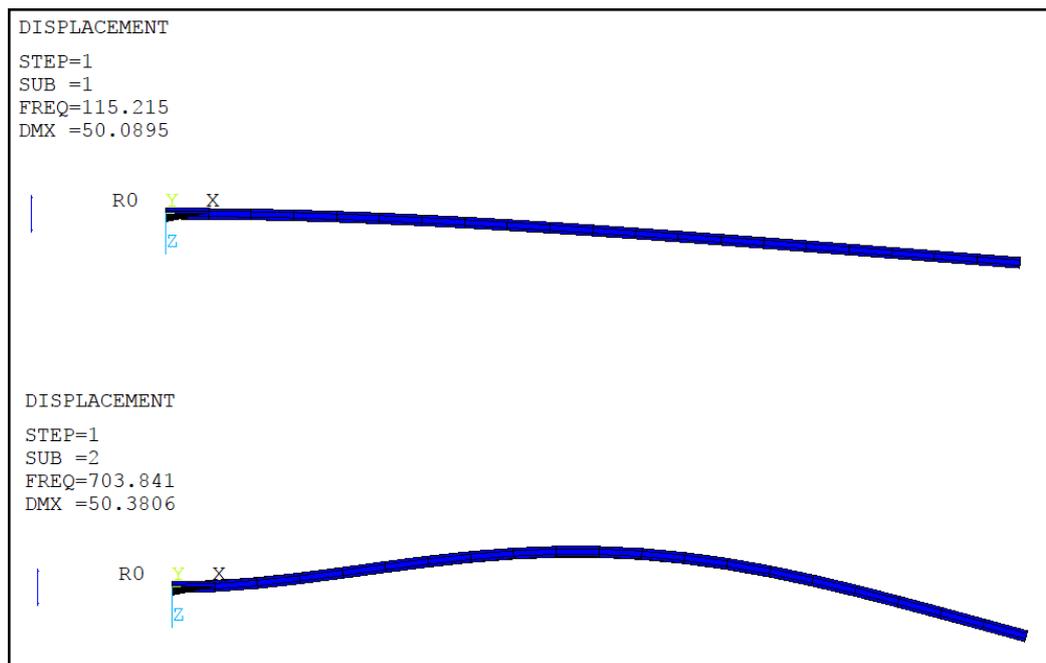
Os resultados obtidos pelo método de *Block Lanczos* de extração dos modos de vibrar estão listados na Tabela 6.3. Foram analisados dois modos de vibração para cada caso listado no parágrafo anterior. No entanto, para o domínio desse trabalho, as análises serão limitadas apenas ao primeiro modos de vibração, sendo analisados intervalos que contém apenas a primeira das frequências naturais.

**Tabela 6.3** – Modos de Vibrar do dispositivo de colheita de energia linear considerando condições de circuito aberto e curto-circuito.

<b>Condição de Curto Circuito (<math>R \rightarrow 0</math>)</b>	
<b>Modo de Vibrar</b>	<b>Frequência (Hz)</b>
1	118,15
2	739,65
<b>Condição de Circuito Aberto (<math>R \rightarrow \infty</math>)</b>	
<b>Modo de Vibrar</b>	<b>Frequência (Hz)</b>
1	115,22
2	703,84

Para este caso, percebe-se um aumento de 2,54% na frequência natural de ressonância quando comparamos o caso de circuito aberto ( $R \rightarrow \infty$ ) com o caso de curto-circuito ( $R \rightarrow 0$ ) para o primeiro modo de vibrar. Já no segundo modo de vibrar, percebe-se um aumento de 5,08% na frequência de natural de ressonância do dispositivo.

A Figura 6.14 ilustra os modos de vibrar para o caso de circuito aberto, condição na qual será baseada as análises harmônica e transiente do sistema de colheita de energia linear.



**Figura 6.14** – Dois primeiros modos de vibrar para o dispositivo de colheita de energia linear para o caso de circuito aberto ( $R \rightarrow \infty$ ).

Os modos de vibrar possibilitam o cálculo do coeficiente de amortecimento modal  $\xi_n$  descritos pela Equação 6.3 para o primeiro modo de vibração na condição de circuito aberto ( $R \rightarrow \infty$ ). Para valores fixados de  $\alpha_d = 0$  e  $\beta_d = 3,2 \times 10^{-5}$ , determina-se que o coeficiente de amortecimento modal para esse caso é de  $\xi_n = 0,0116 \cong 1,16\%$ .

### 6.2.3 Análise Harmônica

Essa seção tem como objetivo analisar a resposta do sistema em regime permanente, de forma a determinar em quais frequências o coletor de energia piezoeletrico assume melhor performance.

Em uma análise harmônica, a equação de movimento é descrita por uma equação diferencial da seguinte forma:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (6.5)$$

onde  $[M]$  corresponde à matriz de massa estrutural,  $[C]$  à matriz de amortecimento,  $[K]$  à matriz de rigidez,  $\{u\}$  e  $\{F\}$  ao vetor de deslocamento nodal e vetor de carregamento, respectivamente.

Ao decorrer da análise, os pontos da estrutura se movem na mesma frequência, mas não necessariamente em fase, e sabendo que a presença de amortecimento causa mudanças de fase, o deslocamento é definido de forma que  $\{u\} = \{u_{max}e^{i\varphi}\}e^{i\omega t} = (\{u_1\} + i\{u_2\})e^{i\omega t}$  e, de forma semelhante, o carregamento  $\{F\} = \{F_{max}e^{i\gamma}\}e^{i\omega t} = (\{F_1\} + i\{F_2\})e^{i\omega t}$ . Portanto a equação 5.7 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$([K] - \omega^2[M] + i\omega[C])(\{u_1\} + i\{u_2\}) = \{F_1\} + i\{F_2\} \quad (6.6)$$

No pacote ANSYS, a Equação 6.6 pode ser resolvida através de três métodos: O método de solução direta, o método de superposição de modos e o método variacional. Para este trabalho, foi utilizado o método de solução direta, utilizando o *Sparse Direct Solver*. (ANSYS Academic, Release 18.2, Theory Reference, 15.4 Harmonic Analysis).

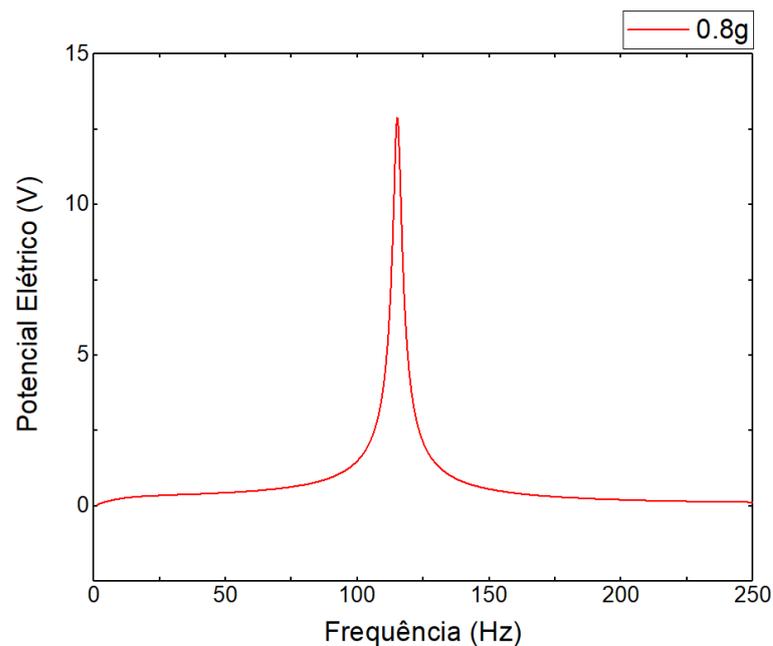
No caso estudado, o sistema de colheita de energia linear é submetido a um carregamento de base senoidal em uma faixa de frequência compreendendo apenas o primeiro modo de vibração (0 a 250 Hz). O carregamento de base é definido pela Equação 6.7:

$$d(t) = d_0 \text{sen}(\omega t) \quad (6.7)$$

de forma que a amplitude de deslocamento varia com a amplitude de aceleração imposta de  $0,8g$ , onde  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . A amplitude de aceleração se relaciona com a amplitude de deslocamento através da Equação 6.8:

$$d_0 = -\frac{a_0}{\omega^2} \quad (6.8)$$

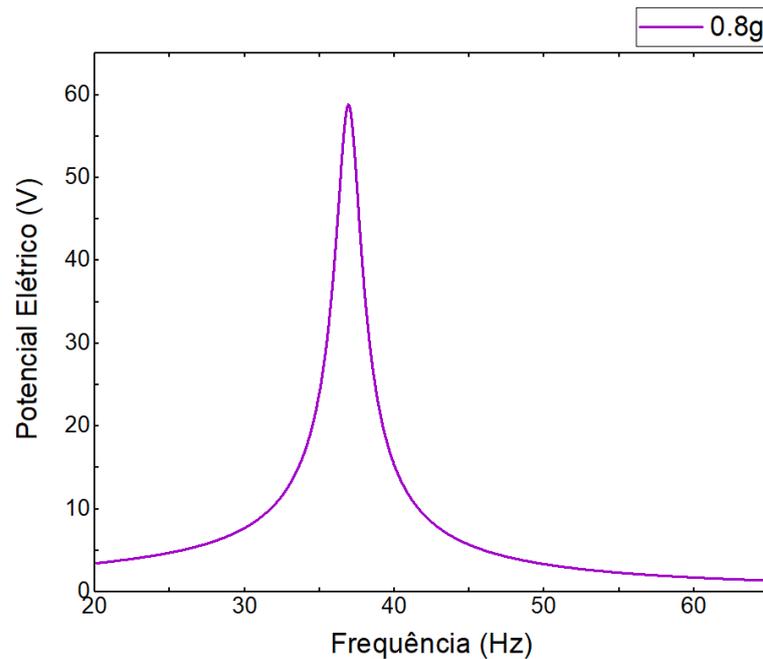
As condições de contorno utilizadas na análise harmônica foram as mesmas utilizadas na seção 6.2.2. A Figura 6.15 apresenta o espectro de frequência para o potencial elétrico utilizando as condições de circuito aberto, onde é possível observar um rápido ganho energético nas regiões próximas à frequência de excitação de ressonância, seguido de uma rápida diminuição da energia coletada nas frequências mais afastadas da região da ressonância.



**Figura 6.15** – Resposta do Sistema Linear de colheita de energia. Espectro de frequências.

O pico de energia acontece nas frequências em que viga possui maior amplitude de deflexão resultando em um sistema que obtem seu máximo potencial em apenas uma faixa limitada de frequências, o que limitaria seu uso prático em apenas meios vibratórios correspondentes com tal faixa estreita de frequências.

Existem diversas maneiras de ajustar a frequência de ressonância de modo a aproveitar o máximo de energia de um ambiente vibratório. Uma delas é a adição de uma massa ( $m$ ) de prova na ponta da viga, de forma a modificar a frequência de vibração de acordo com o valor de  $m$ . A Figura 6.16 exemplifica tal feito ao adicionar uma massa  $m = 3,75 \times 10^{-3} \text{ kg}$ , resultando em uma mudança da frequência natural de ressonância para  $f = 37,084 \text{ Hz}$ . Tal massa será correspondente com a massa do ímã utilizado na Seção 6.3.

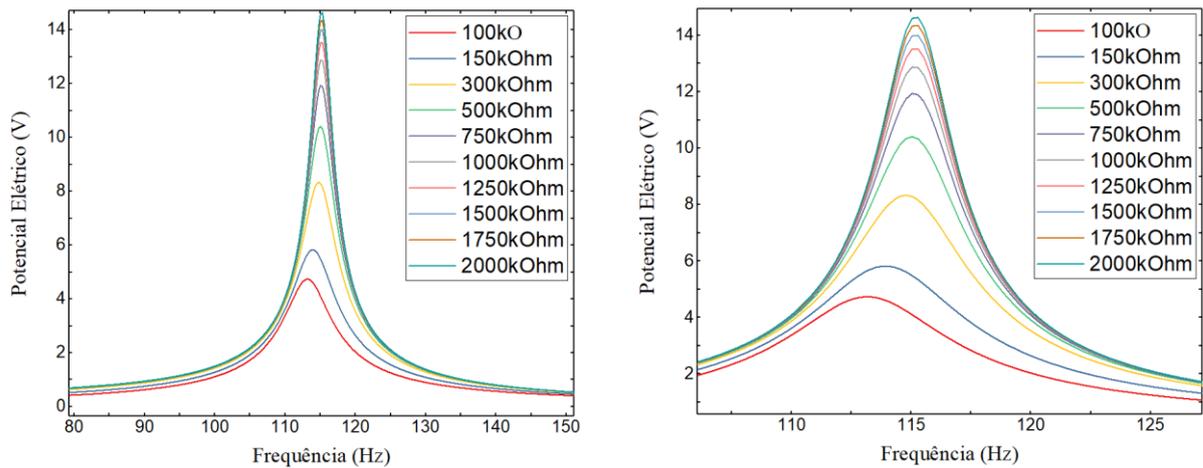


**Figura 6.16** – Resposta do sistema linear de colheita de energia com a adição de uma massa de prova de  $m = 3,75 \times 10^{-3} \text{ kg}$ . Espectro de frequências.

Além da mudança na frequência natural de ressonância, é observado também um aumento considerável no potencial elétrico gerado (aumento de aproximadamente 357%). Isso ocorre pois a amplitude de excitação de base ( $d_0$ ) depende da frequência de vibração ( $\omega = 2\pi f$ ), como mostrado na Equação 6.8. Portanto percebe-se um melhor aproveitamento do dispositivo em baixas frequências de vibração, considerando uma amplitude de aceleração constante de  $0,8g$ .

Quando comparam-se os valores gerados de potencial elétrico para diferentes valores de resistência, percebe-se que variações em baixas resistências provocam um aumento

considerável de potencial elétrico. Em contrapartida, para valores altos de resistência, o aumento não é tão considerável. Quanto mais a resistência é aumentada, mais uniforme a variação de Potencial Elétrico se torna. Também fica evidente a mudança da frequência natural de ressonância do sistema a medida que a resistência aumenta, devido ao acoplamento eletromecânico do material, como explicado anteriormente na Seção 6.2.2. A Figura 6.17 ilustra tais comportamentos.



**Figura 6.17** – Variação do Potencial Elétrico (V) em função da Frequência (Hz) para diferentes valores de resistência elétrica ( $k\Omega$ ).

#### 6.2.4 Análise Transiente

Essa seção tem como objetivo analisar a resposta do sistema linear de colheita de energia em função do tempo, para diferentes frequências de excitação.

Para o caso linear estudado, o método de análise transiente usado foi o método de *Newmark*, que consiste na aplicação de uma equação discretizada no tempo, podendo ser expressa da seguinte forma:

$$[M]\{\ddot{u}_{n+1}\} + [C]\{\dot{u}_{n+1}\} + [K]\{u_{n+1}\} = \{F_{n+1}\} \quad (6.9)$$

onde  $\{\ddot{u}_{n+1}\}$ ,  $\{\dot{u}_{n+1}\}$  e  $\{u_{n+1}\}$  são vetores de aceleração, velocidade, e deslocamento avaliados no instante de tempo  $t_{n+1}$ , de forma que

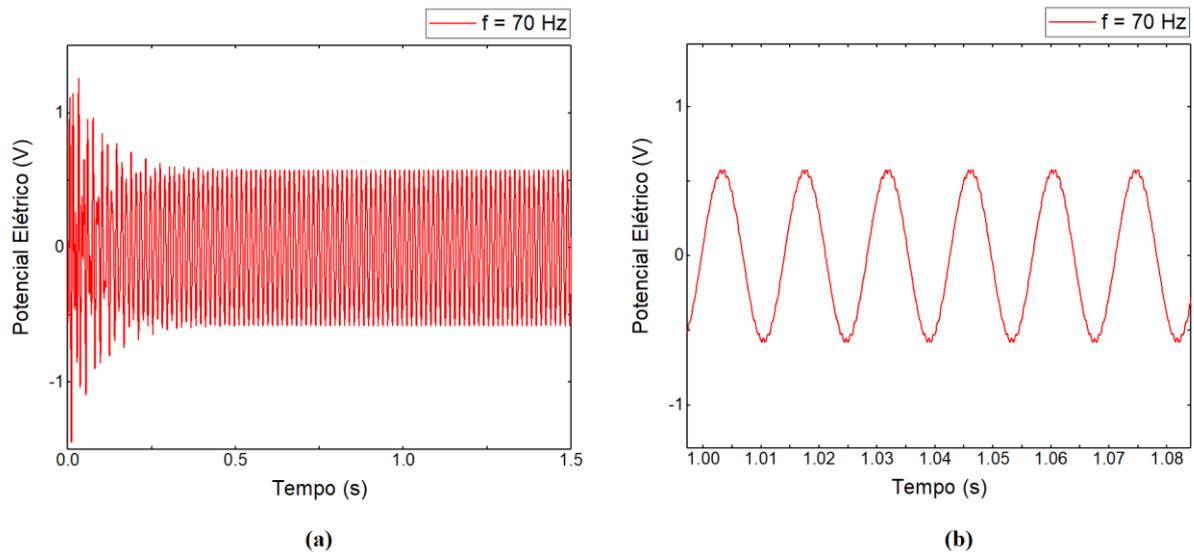
$$\{\dot{u}_{n+1}\} = \{\dot{u}_n\} + [(1 - \psi_2)\{\ddot{u}_n\} + \psi_2\{\ddot{u}_{n+1}\}]\Delta t \quad (6.10)$$

$$\{u_{n+1}\} = \{u_n\} + \{\dot{u}_n\}\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \psi_1\right)\{\ddot{u}_n\} + \psi_1\{\ddot{u}_{n+1}\}\right]\Delta t^2 \quad (6.11)$$

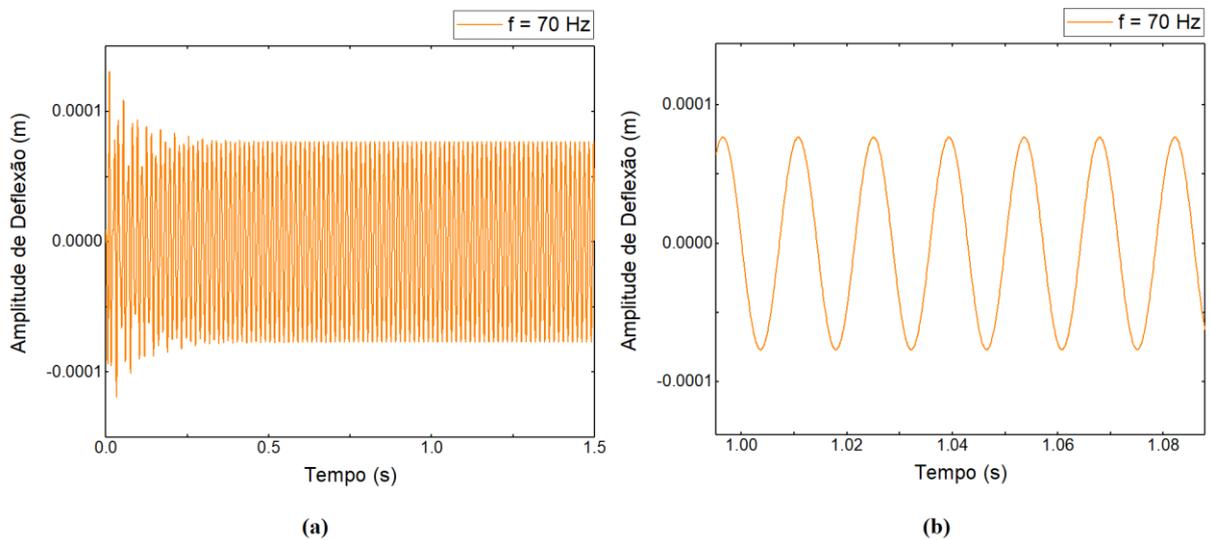
Utilizando as Equações 6.9, 6.10 e 6.11, é possível avaliar as três incógnitas  $\{\ddot{u}_{n+1}\}$ ,  $\{\dot{u}_{n+1}\}$  e  $\{u_{n+1}\}$  utilizando os valores de  $\{\ddot{u}_n\}$ ,  $\{\dot{u}_n\}$  e  $\{u_n\}$ . Além disso,  $\psi_1$  e  $\psi_2$  são os parâmetros de integração de *Newmark*, que funcionam em função de um terceiro parâmetro  $\psi_3$ . Essas constantes funcionam como dissipadores numéricos. (ANSYS Academic, Release 18.2, Theory Reference, 15.2 Transient Analysis). Para análises utilizando materiais piezelétricos, o software recomenda o uso de ,  $\psi_1 = 0,25$ ,  $\psi_2 = 0,5$  e  $\psi_3 = 0,5$ . (ANSYS Academic, Release 18.2, Coupled-Field Analysis Guide, 2.3 Piezoelectric Analysis).

A partir das equações descritas acima, das mesmas condições de excitação de base ( $a_0 = 0.8g$ ) e das mesmas constantes de amortecimento de Rayleigh ( $\alpha_d = 0$  e  $\beta_d = 3,2 \times 10^{-5}$ ) utilizadas anteriormente, uma série de análises transientes em diversas frequências de excitação são realizadas.

Primeiramente foram analisadas frequências de excitação abaixo da frequência natural de ressonância. Para  $f = 70 \text{ Hz}$  observa-se um comportamento típico de uma viga em condições vibratórias, de forma a haver um regime transiente inicial de  $t = 0$  até  $t \cong 0,6 \text{ s}$ , logo em seguida entrando em um regime permanente onde a deflexão da viga e a quantidade de potencial gerado permanecem oscilando de forma constante. As Figura 6.18 e 6.19 exemplificam tal comportamento.

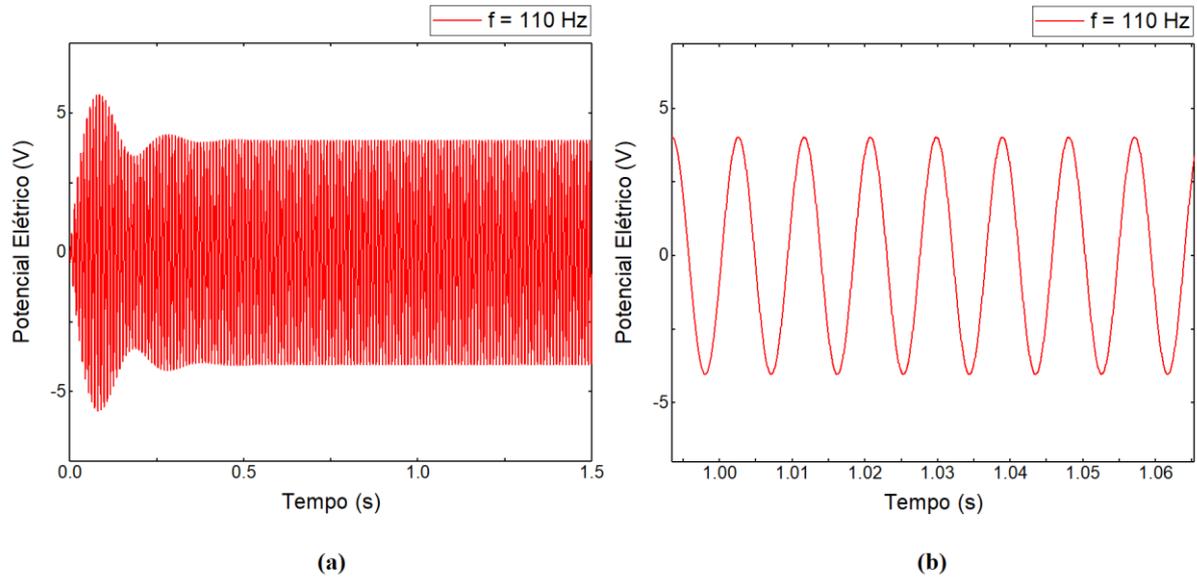


**Figura 6.18** – Potencial Eléctrico gerado pelo dispositivo Piezelástico excitado a 70 Hz. **(a)** Transiente. **(b)** Permanente.

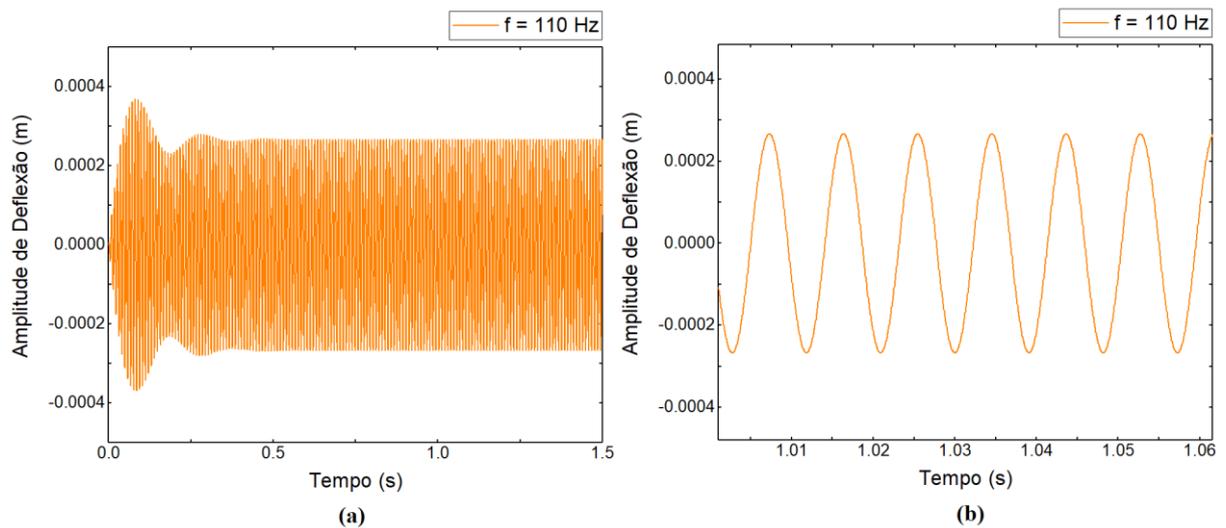


**Figura 6.19** – Deflexão sofrida pelo dispositivo Piezelástico excitado a 70 Hz. **(a)** Transiente. **(b)** Permanente.

Para a próxima análise foi escolhida uma frequência de excitação  $f = 110$  Hz, próxima à frequência de ressonância. Nesse caso, como já esperado, observa-se um comportamento semelhante um batimento amortecido, de forma a haver um breve período de regime transiente. O comportamento é mostrado nas Figuras 6.20 e 6.21.

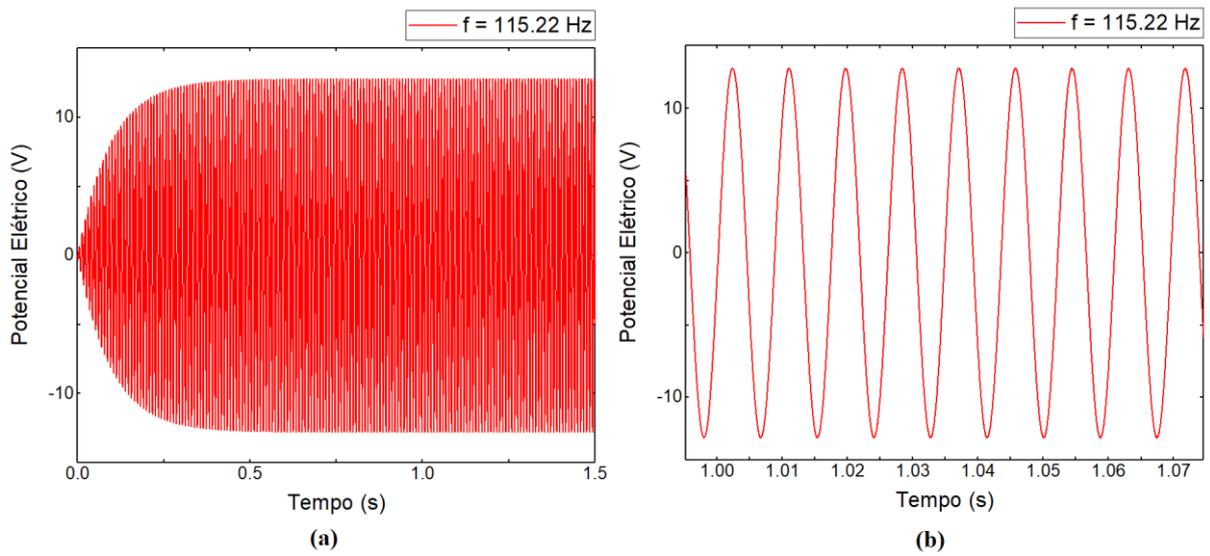


**Figura 6.20** – Potencial Elétrico gerado pelo dispositivo Piezelástico excitado a 110 Hz. **(a)** Transiente. **(b)** Permanente.

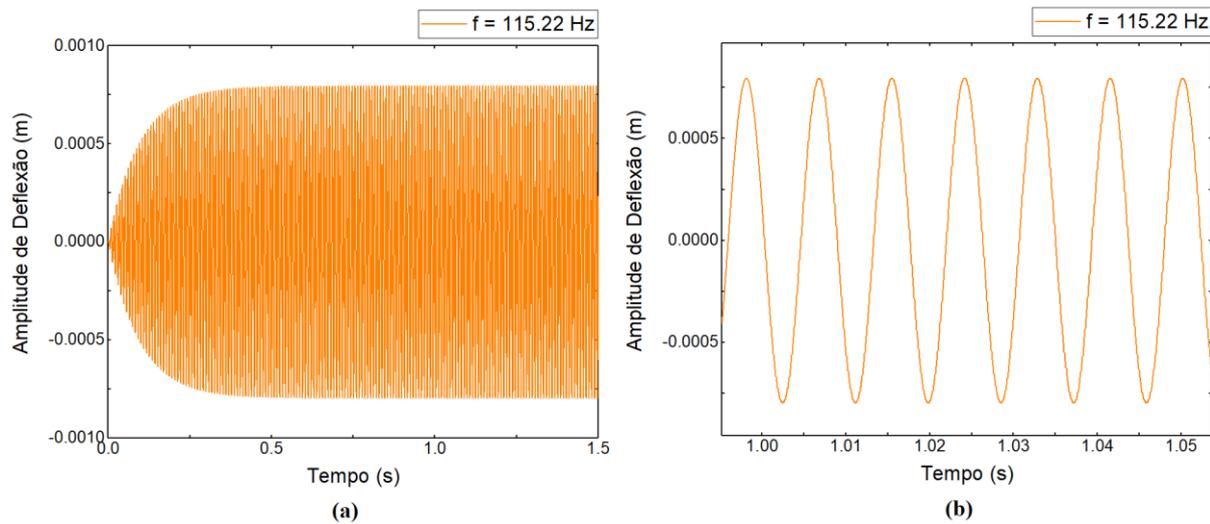


**Figura 6.21** – Deflexão sofrida pelo dispositivo Piezelástico excitado a 110 Hz. **(a)** Transiente. **(b)** Permanente.

Ao ser analisado com uma frequência de excitação exatamente igual a frequência natural de ressonância ( $f_n = 115,22 \text{ Hz}$ ), o dispositivo piezelástico apresenta um comportamento crescente de potencial elétrico no regime transiente, atingindo a constância no regime permanente, como esperado. O comportamento é mostrado nas Figuras 6.22 e 6.23.

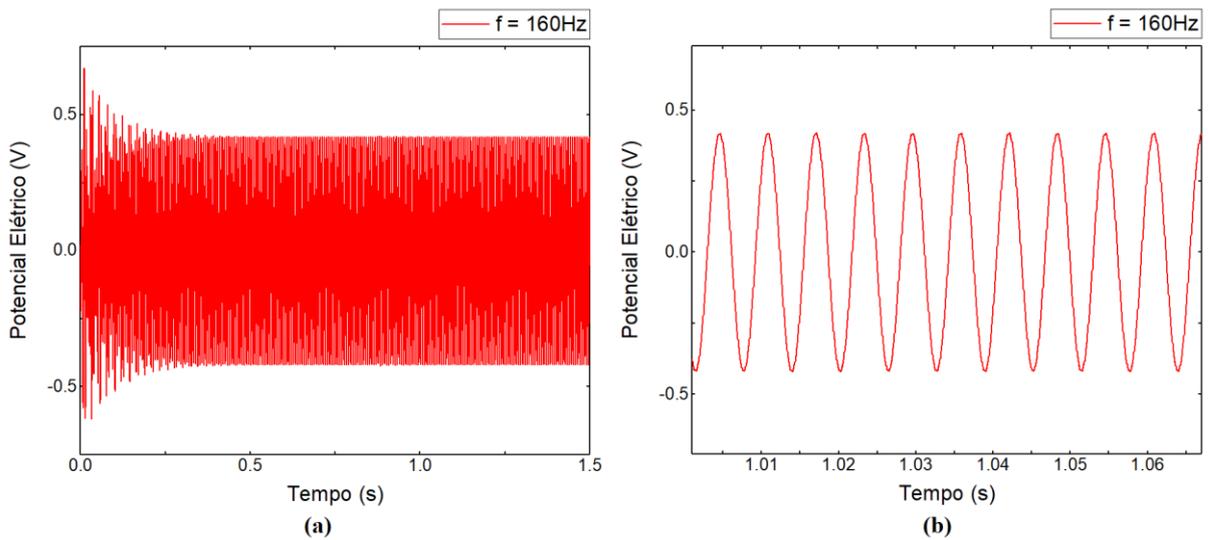


**Figura 6.22** – Potencial Elétrico gerado pelo dispositivo Piezelástico excitado a 115,22 Hz. (a) Transiente. (b) Permanente.

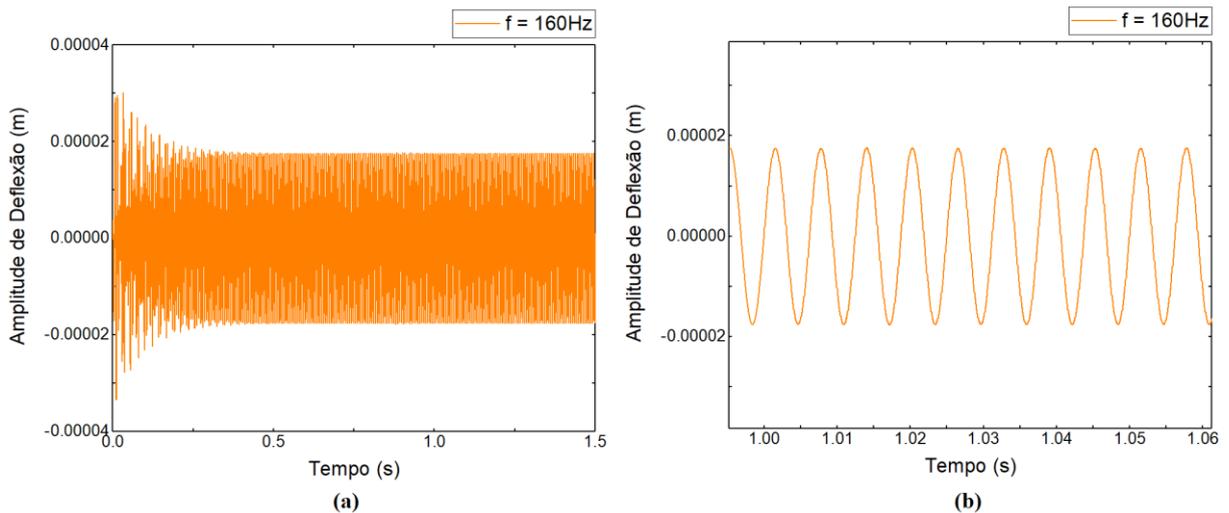


**Figura 6.22** – Deflexão sofrida pelo dispositivo Piezelástico excitado a 115,22 Hz. (a) Transiente. (b) Permanente.

E finalmente, foi analisado o comportamento do dispositivo piezoeástico quando excitado a frequências após a frequência de natural de ressonância ( $f_n$ ). Para  $f = 160$  Hz, observa-se um comportamento semelhante às frequências muito abaixo de  $f_n$ . As Figuras 6.23 e 6.24 ilustram tal comportamento.



**Figura 6.23** – Potencial Elétrico gerado pelo dispositivo Piezelástico excitado a 160 Hz. **(a)** Transiente. **(b)** Permanente.

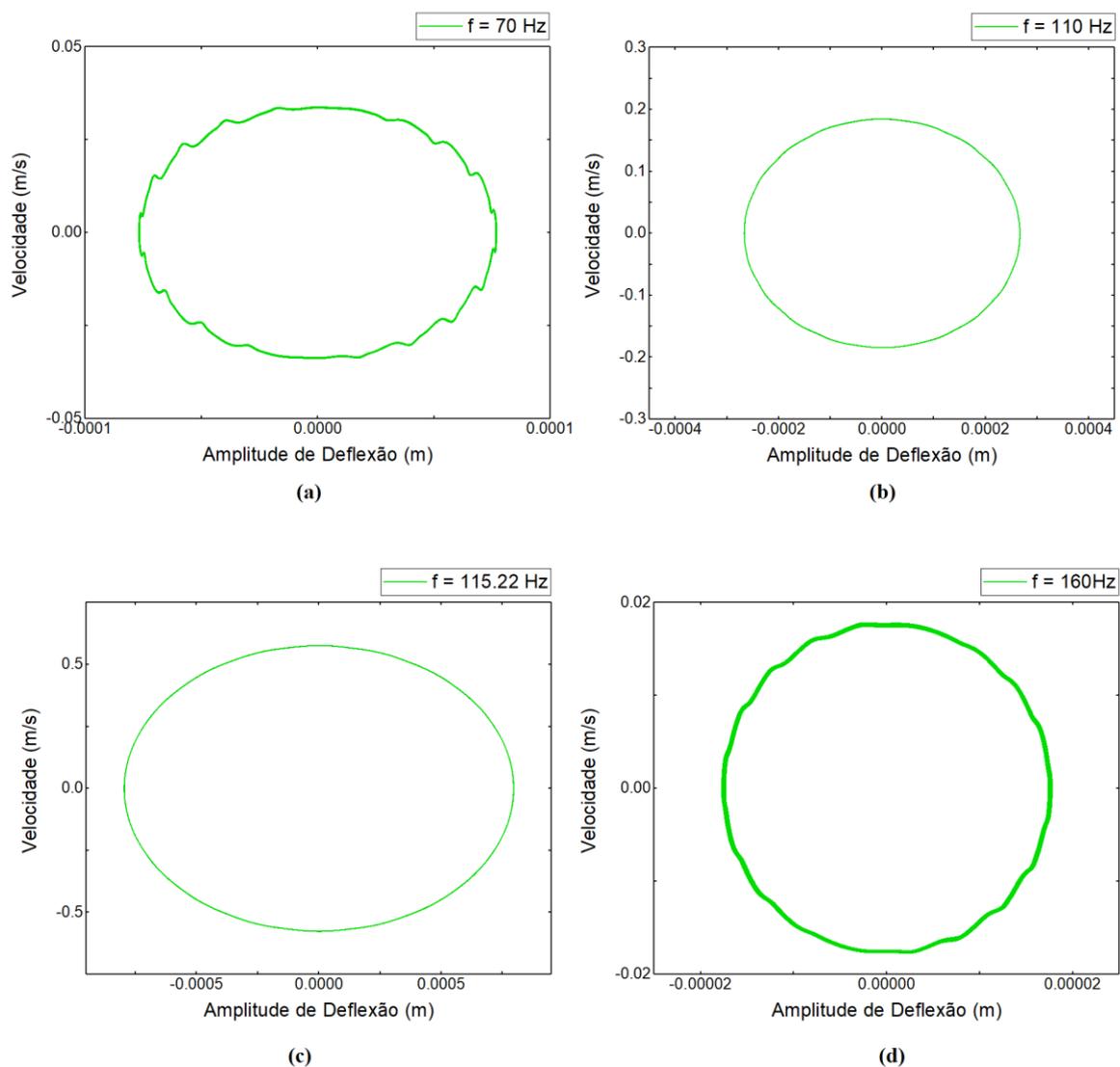


**Figura 6.24** – Deflexão sofrida pelo dispositivo Piezelástico excitado a 160 Hz. **(a)** Transiente. **(b)** Permanente.

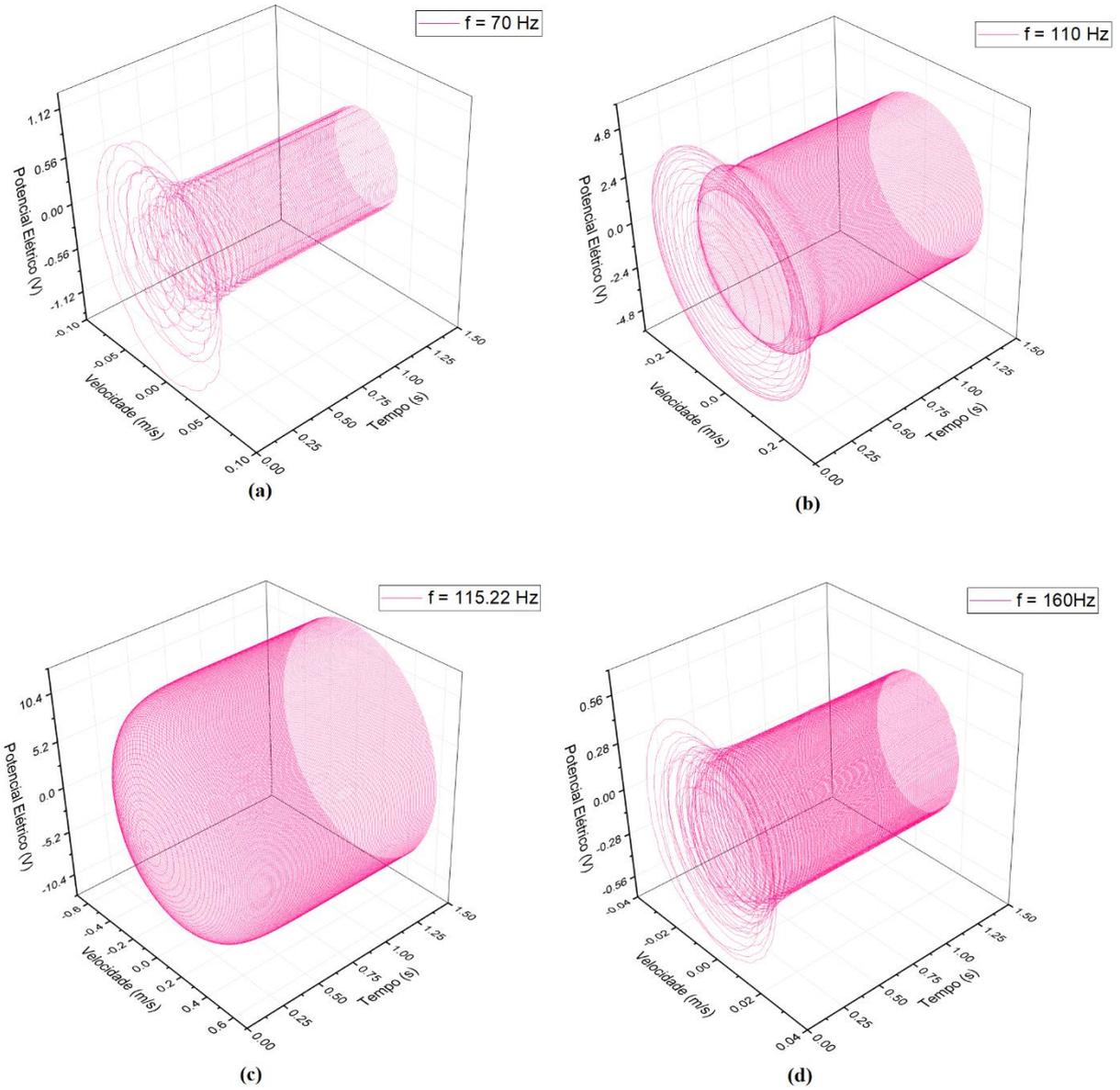
Outro fator importante a ser observado nos dispositivos piezelásticos é a maneira em que oscilam em torno de um único ponto de equilíbrio. A Figura 6.25 ilustra esse comportamento para as quatro frequências analisadas até agora através dos diagramas de Velocidade em relação a Amplitude de Deflexão (Espaços de Fase). Já a Figura 6.26 relaciona

Potencial Elétrico, Velocidade e Tempo em um único gráfico de forma a ilustrar melhor como cada fator se comporta em relação ao outro.

Fica evidente a limitação dos dispositivos de colheita de energia Piezelásticos (lineares). Apesar de ser possível o ajuste da frequência natural de ressonância através da adição de uma massa de prova, para aplicações em ambientes vibratórios onde a frequência é variável, os dispositivos Piezelásticos não são satisfatórios. Por isso, a proposta de adicionar uma não linearidade no sistema é atraente. A próxima Seção trata justamente de métodos de simulação em elementos finitos para sistemas que possuem massas magnéticas acopladas, provocando uma não-linearidade no sistema.



**Figura 6.25** – Espaço de Fase para (a) 70 Hz, (b) 110 Hz, (c) 115,22 Hz, (d) 160 Hz.



**Figura 6.26** – Diagramas Potencial Elétrico x Velocidade x Tempo para frequências de excitação de base de (a) 70 Hz, (b) 110 Hz, (c) 115,22 Hz, (d) 160 Hz.

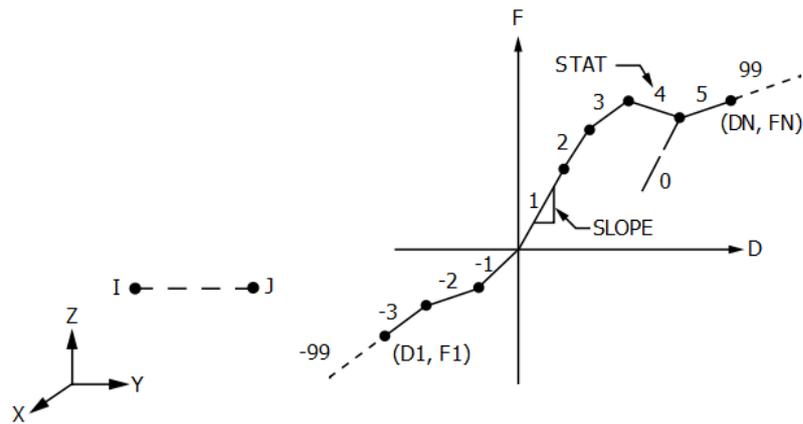
### 6.3 Análise do Sistema Piezomagnetoelástico (Não-Linear)

Essa seção tem como objetivo analisar o dispositivo piezomagnetoelástico de colheita de energia através do Método dos Elementos Finitos de forma a prever o comportamento desse tipo de sistema.

Como mostrado anteriormente na Seção 6.1, uma análise magnética requer uma grande quantidade de elementos, haja vista que o ambiente em torno dos ímãs também precisa ser modelado. Primeiramente, tinha-se o intuito de modelar o sistema dessa maneira, unindo os módulos magnético e estruturais do ANSYS à simulação. No entanto, percebeu-se que dessa forma, o esforço computacional necessário para a simulação seria extremo em função do número muito elevado de elementos e das análises acopladas. Além disso, haveria o problema da malha do ar em torno das massas magnéticas sofrer distorção devido ao deslocamento da viga, o que iria requerer uma atualização da malha de tempos em tempos para evitar esse tipo de distorção, aumentando mais ainda os recursos computacionais necessários para a simulação. Tais fatores fariam esse tipo de simulação inviável.

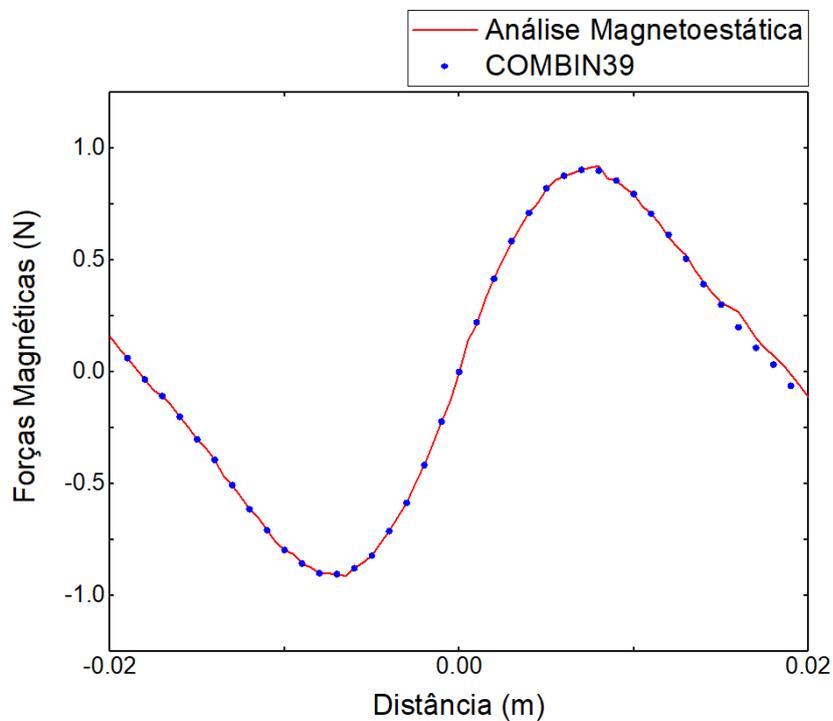
Para contornar o problema, foi utilizado um modelo similar ao proposto por Upadrashta e Yang (2015). O dispositivo foi modelado da mesma forma que o dispositivo linear, utilizando os mesmos tipos de elementos, mesmas propriedades e mesmas dimensões, acrescido de uma massa na ponta da viga, simulando a massa magnética do sistema e um elemento de mola não-linear acoplado à ponta da viga, que se comporta da mesma maneira que as forças magnéticas atuantes no sistema idealizado.

O elemento COMBIN39 é um elemento não-linear de mola disponível no ANSYS capaz de modelar o comportamento de forças em função de sua deflexão, sendo definido por dois nós e uma curva composta por até 20 pontos ( $D_N$ ,  $F_N$ ). A geometria do elemento é mostrada na Figura 6.27.



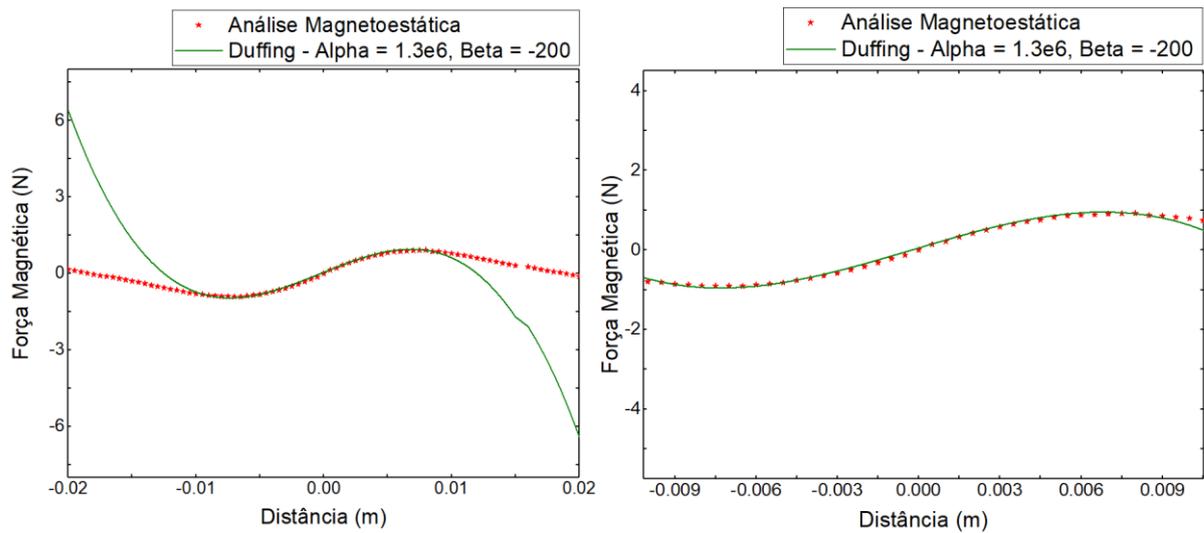
**Figura 6.27** – Geometria do Elemento de Mola Não-Linear COMBIN39. (ANSYS Academic, Release 18.2, Element Library, COMBIN39).

A curva utilizada para definir o comportamento do elemento COMBIN39 na simulação foi a curva da força manética obtida na simulação magnetoestática entre ímãs permanentes. A Figura 6.28 mostra o comportamento da força magnética na direção do movimento, e os pontos da curva utilizados na definição do elemento.



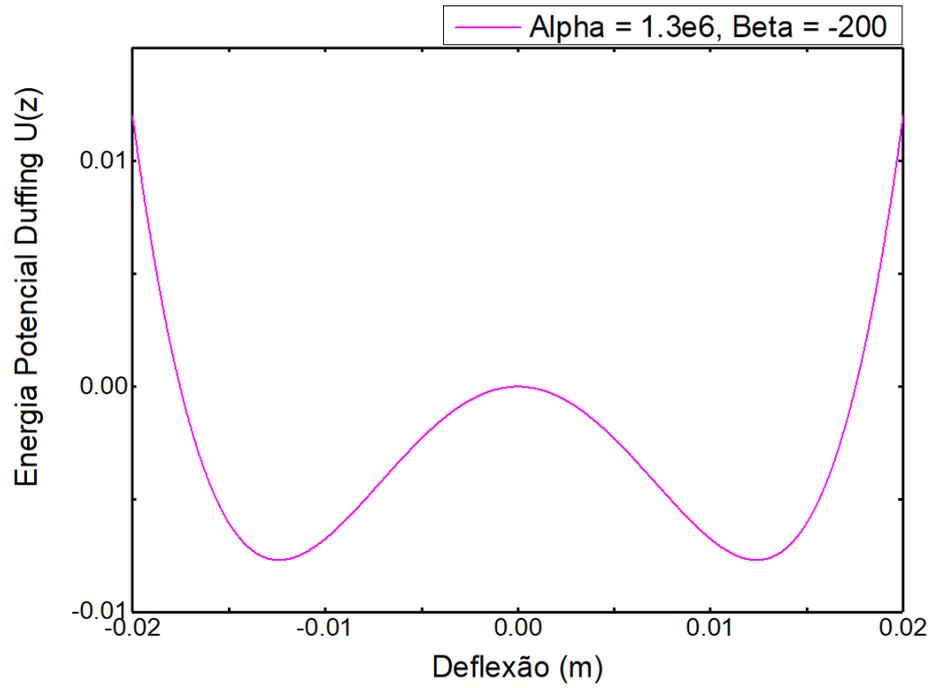
**Figura 6.28** – Variação da força magnética em relação a deflexão da viga na direção z e pontos utilizados na definição do elemento não-linear.

É interessante apontar a relação da curva de forças magnéticas com os fatores  $\alpha$  e  $\beta$  de um oscilador *duffing*. A Figura 6.29 mostra essa relação e confirma que para pequenas deflexões, um oscilador *duffing* descreve bem a influência das forças magnéticas no modelo. A curva obtida na simulação magnética se compara a uma curva de força de restauração de um sistema *duffing* quando  $\alpha = 1,3 \times 10^6$  e  $\beta = -200$ .



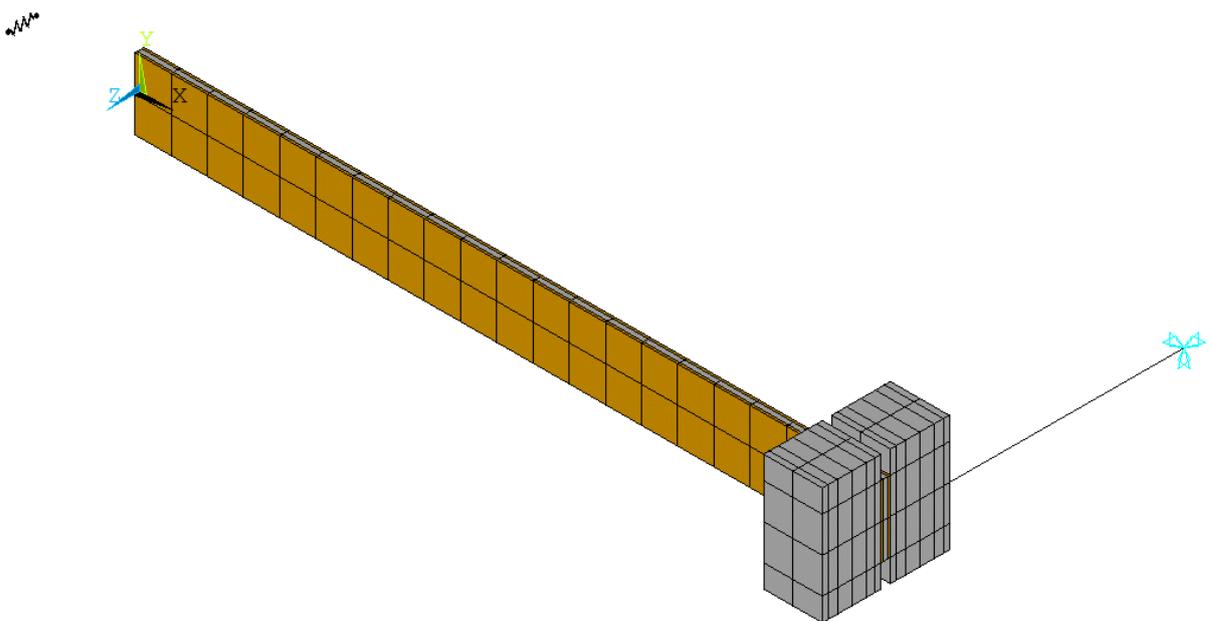
**Figura 6.29** – Comparação entre o comportamento da Força magnética e Força de Restauração de um Oscilador Duffing para  $\alpha = 1,3 \times 10^6$  e  $\beta = -200$ .

Para  $\alpha = 1,3 \times 10^6$  e  $\beta = -200$ , o potencial se caracteriza por um comportamento biestável como descrito na Seção 3.2, onde a viga oscila em torno de dois poços energéticos estáveis e um metaestável. A Figura 6.30 mostra a curva de potencial  $U(z)$ .

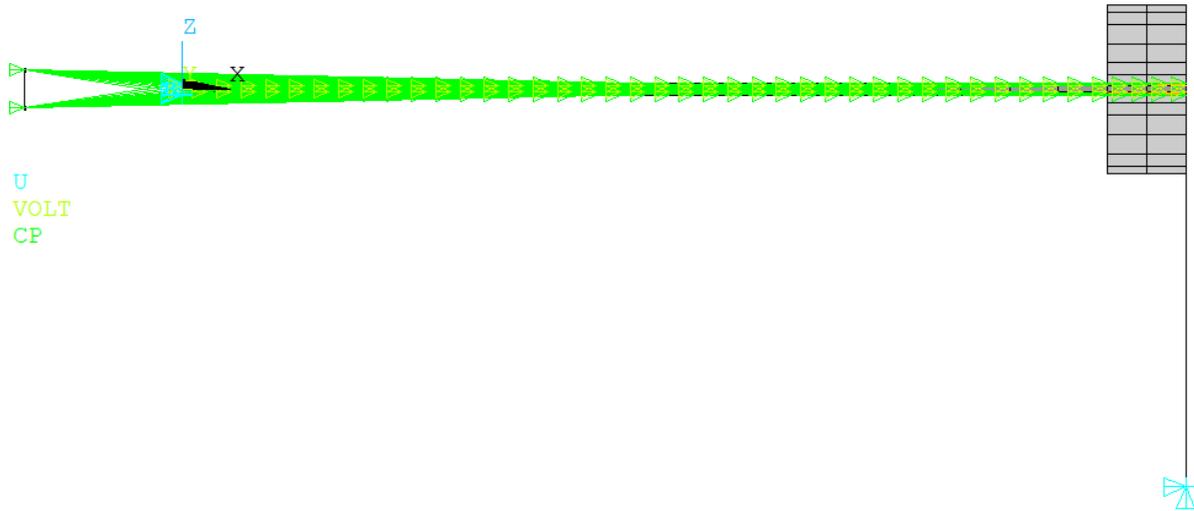


**Figura 6.30** – Potencial *Duffing* para  $\alpha = 1,3 \times 10^6$  e  $\beta = -200$ .

Em relação à convergência de malha, foi utilizada a mesma discretização do modelo linear, visto que ambos funcionam de maneira similar. O modelo discretizado é mostrado na figura 6.31.



**Figura 6.31** – Modelo Piezomagnetoelástico (Não-Linear) discretizado.



**Figura 6.32** – Condições de contorno e acoplamento do modelo piezomagnetoelástico.

### 6.3.1 Análise Transiente Não-Linear

Essa seção tem como objetivo analisar a resposta do sistema não-linear de colheita de energia em função do tempo, para diferentes frequências de excitação.

O método de análise transiente utilizado foi o método de Newmark para casos não-lineares, descrito pela seguinte equação de governo discretizada no tempo.

$$[M]\{\ddot{u}_{n+1}\} + [C]\{\dot{u}_{n+1}\} + \{F_{n+1}^i(\{u_{n+1}\})\} = \{F_{n+1}\} \quad (6.12)$$

onde  $\{F_{n+1}^i(\{u_{n+1}\})\}$  é um forçamento interno não-linearmente proporcional ao deslocamento nodal, portanto a matriz rigidêz é dependente do deslocamento  $\{u_{n+1}\}$  em cada instante  $t_{n+1}$ .

A Equação 6.12 é resolvida através de um vetor residual  $R_{n+1}(\{u_{n+1}^k\})$  definido utilizando as Equações 6.10 e 6.11 apresentadas na Seção 6.2.4, onde  $k$  é o número de interações.

$$R_{n+1}(\{u_{n+1}^k\}) = \{F_{n+1}\} - \{F_{n+1}^i(\{u_{n+1}^k\})\} - [M]\{\ddot{u}_{n+1}\} - [C]\{\dot{u}_{n+1}^k\} \quad (6.13)$$

Esse sistema de equações pode ser resolvido pelo método de Newton-Raphson através da seguinte equação:

$$\{R_{n+1}(\{u_{n+1}^k\})\} + \frac{\partial\{R_{n+1}(\{u_{n+1}^k\})\}}{\partial\{u_{n+1}^i\}}\{\Delta u_{n+1}^k\} = \{0\} \quad (6.14)$$

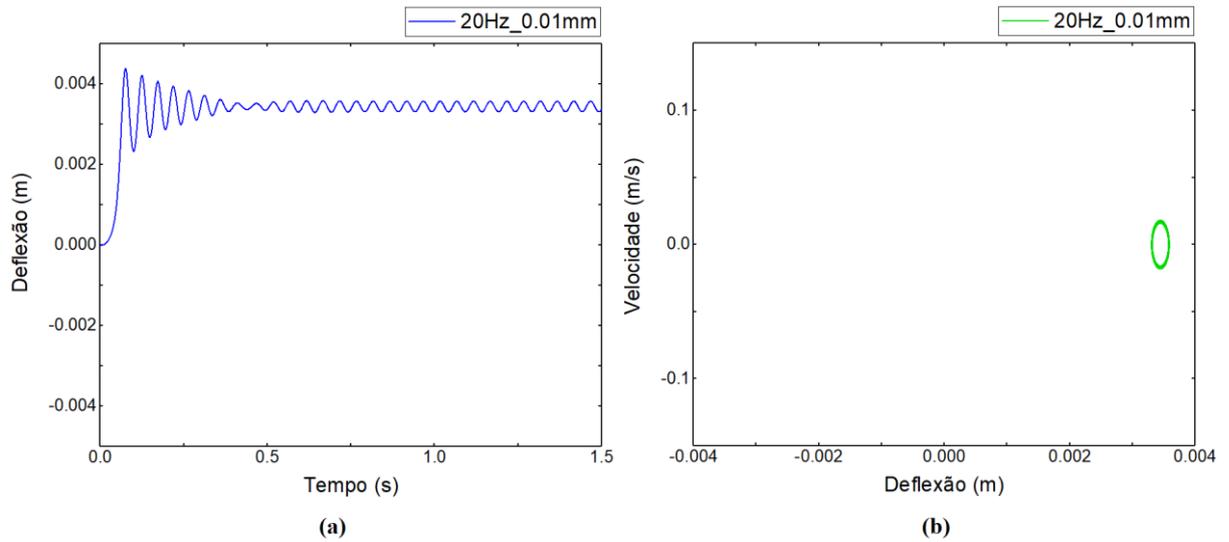
onde  $\{u_{n+1}^k\}$  é o vetor deslocamento para cada interação e  $\{\Delta u_{n+1}^k\}$  o seu incremento. (ANSYS Academic, Release 18.2, Theory Reference, Transient Analysis).

A partir das equações descritas acima, para as mesmas condições de contorno definidas na Seção 6.2, serão realizadas diversas análises para determinar o comportamento de um sistema piezomagnetoelástico e sua performance em relação ao sistema Piezelástico.

Os valores de amortecimento de Rayleigh foram ajustados para  $\alpha = 0$  e  $\beta = 9,87 \times 10^{-5}$  devido à adição da massa magnética na ponta da viga (Ajuste feito de forma que o coeficiente de amortecimento modal continue constante em todo o trabalho ( $\xi_n \cong 1,16\%$ )).

Primeiramente foi analisado o comportamento de biestabilidade do sistema. Para uma frequência fixa de excitação  $f = 20 \text{ Hz}$ , diversas análises foram feitas variando a amplitude de excitação de base  $d_0$ , afim de determinar qual a amplitude necessária, para esta frequência em particular, o sistema oscila entre os dois pontos de equilíbrio.

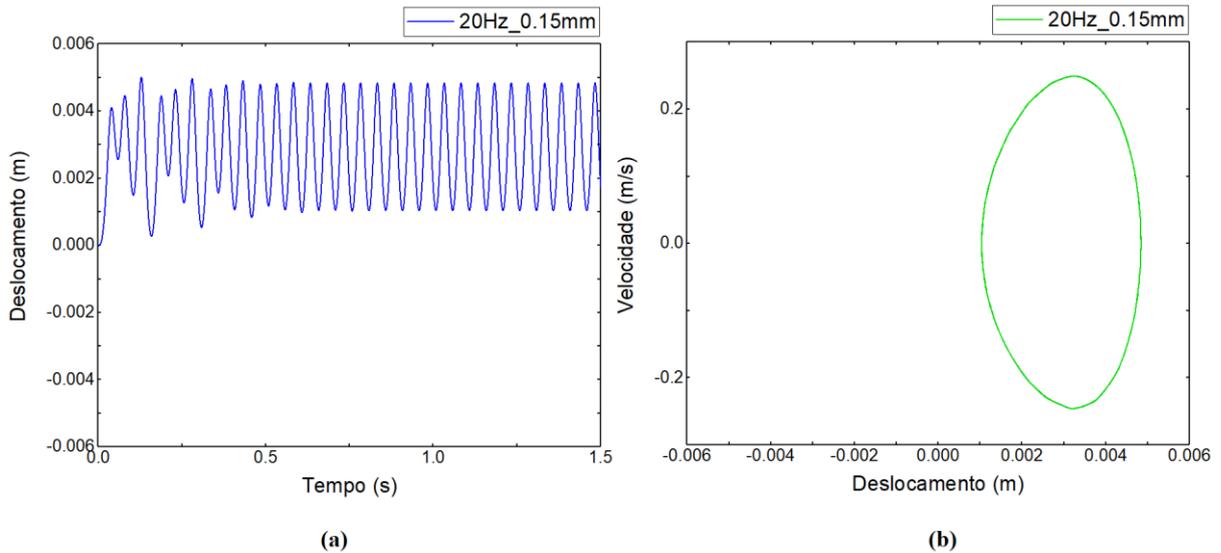
Para uma excitação de base de amplitude  $d_0 = 0,01 \text{ mm}$ , é observado que o dispositivo piezomagnetoelástico mantém sua oscilação em torno de um dos pontos de equilíbrio, oscilando de maneira transiente no início do movimento até atingir o regime permanente em torno de  $t = 0,6 \text{ s}$ . A Figura 6.33 ilustra tal comportamento.



**Figura 6.33** – Comportamento Oscilatório em torno de 1 ponto de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a  $f = 20 \text{ Hz}$  com amplitude  $d_0 = 0,01 \text{ mm}$ . **(a)** Diagrama Deflexão (m) pelo Tempo (s). **(b)** Espaço de Fase.

Vale lembrar que o ponto de equilíbrio que o dispositivo oscila depende das condições iniciais impostas. Caso a amplitude do caso anterior fosse imposta negativa, o dispositivo oscilaria em torno do outro ponto de equilíbrio (negativo).

Para uma excitação de base de amplitude  $d_0 = 0,15 \text{ mm}$ , é observado que o dispositivo piezomagnetoelástico continua oscilando em torno de um dos pontos de equilíbrio, no entanto com uma maior deflexão, o que indica uma maior energia no sistema. A Figura 6.34 ilustra esse comportamento.

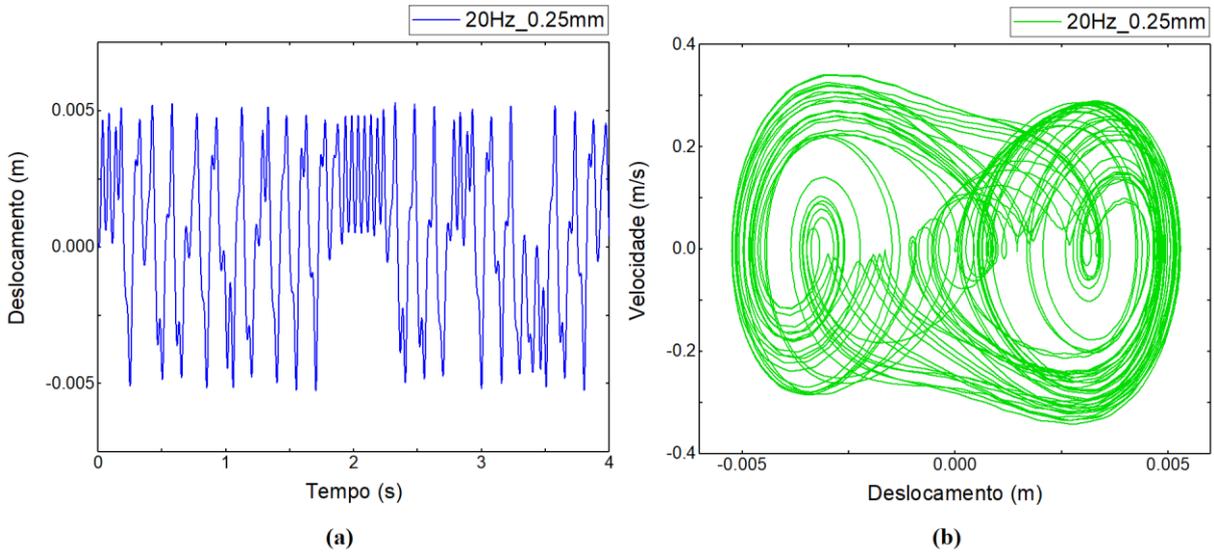


**Figura 6.34** – Comportamento Oscilatório em torno de 1 ponto de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a  $f = 20 \text{ Hz}$  com amplitude  $d_0 = 0,15 \text{ mm}$ . **(a)** Diagrama Deflexão ( $m$ ) pelo Tempo ( $s$ ). **(b)** Espaço de Fase.

Percebe-se que para o sistema oscilar entre dois pontos de equilíbrio, o dispositivo precisa receber energia vibratória o suficiente para vencer a resistência dos poços energéticos.

Para uma excitação de base de amplitude  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ , é observado que o dispositivo piezomagnetoelástico vence a resistência energética e começa a apresentar um comportamento oscilatório caótico em torno dos dois pontos de equilíbrio. Perceba, na Figura 6.35, que o diagrama de fases oscila em torno de duas órbitas, tais orbitas possuem seu centro como pontos de equilíbrio do sistema biestável.

É importante comentar que em um sistema biestável, cada frequência de excitação possui uma faixa de amplitude de vibrações em que o sistema oscila em torno de dois poços energéticos. É bem provável que, por exemplo, para uma excitação de base de  $f = 30 \text{ Hz}$ , a amplitude  $d_0$  necessária para alcançar o comportamento oscilatório entre dois pontos de equilíbrio seja maior.



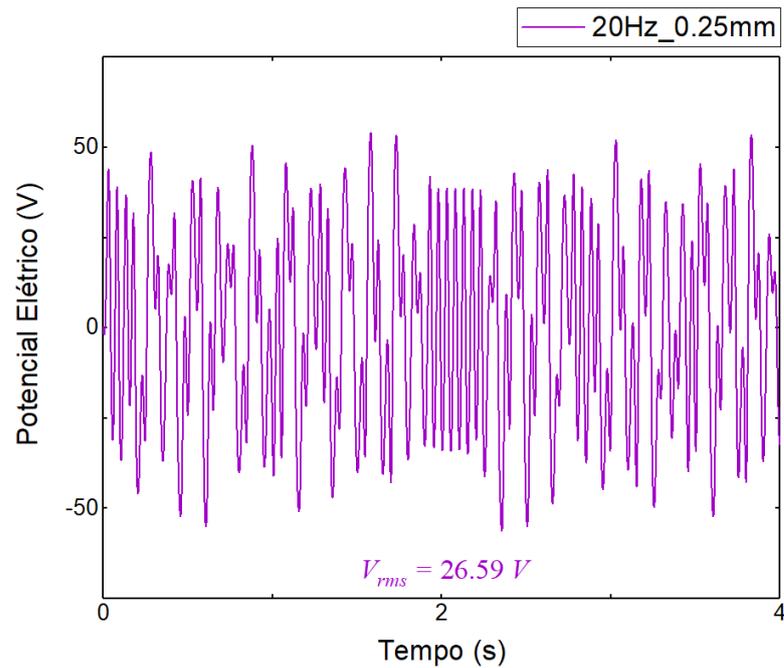
**Figura 6.35** – Comportamento Oscilatório Caótico em torno de 2 pontos de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a  $f = 20 \text{ Hz}$  com amplitude  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . **(a)** Diagrama Deflexão (m) pelo Tempo (s). **(b)** Espaço de Fase.

A descoberta de uma amplitude de excitação que faz o sistema oscilar entre dois pontos de equilíbrio possibilita a investigação do comportamento do sistema quando variamos a frequência. A partir de agora, a análise irá basear-se em uma amplitude de vibração fixa de  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ , e serão realizadas uma série de simulações com frequências  $f$  de excitação distintas.

Como os valores de Potencial Elétrico em sistemas biestáveis tendem a não oscilar respeitando uma periodicidade, o desempenho do dispositivo é avaliado pelo seu valor eficaz ( $V_{rms}$ ). O valor eficaz é uma medida estatística que calcula a magnitude de uma quantidade variável e é descrita pela equação 6.15.

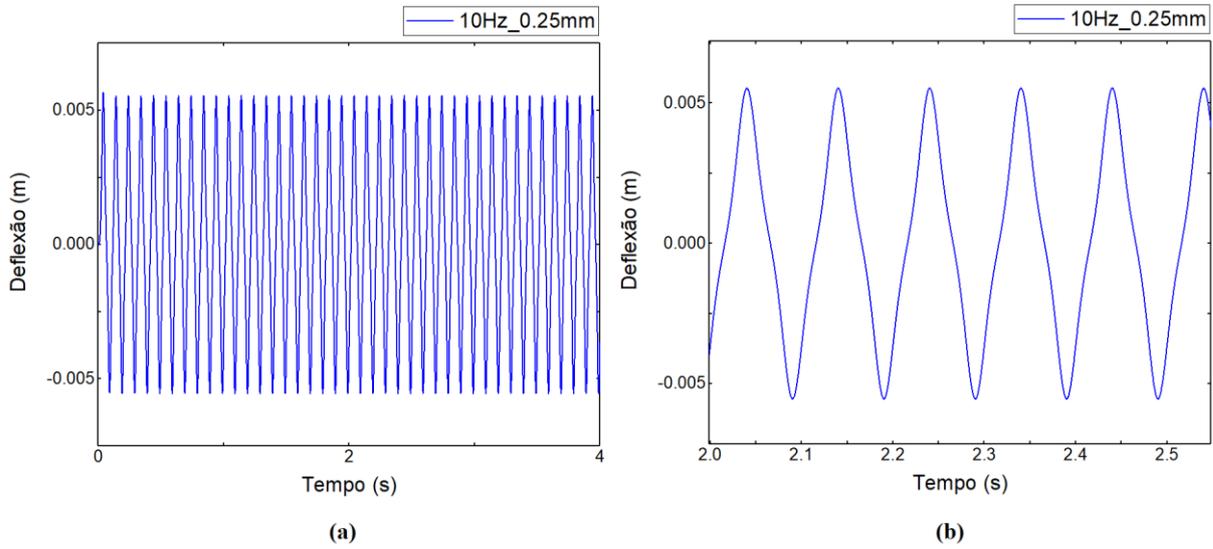
$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t v^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2} = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N}} \quad (6.15)$$

onde  $v$  é o Potencial Elétrico instantâneo medido em cada instante de tempo (ou ponto) e  $N$  é o número de pontos. Portanto, o valor do potencial elétrico para o último caso estudado ( $f = 20 \text{ Hz}$  e  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ ) é mostrado na figura 6.36.

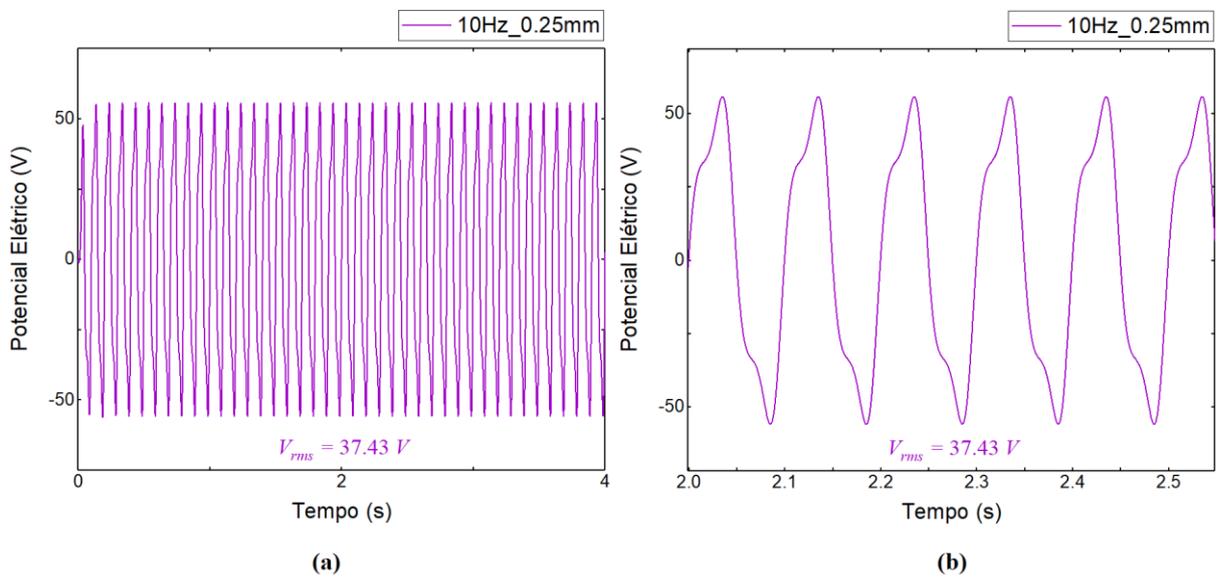


**Figura 6.36** – Potencial Elétrico ao longo do tempo e Potencial Elétrico eficaz ( $V_{rms}$ ) para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a  $f = 20 \text{ Hz}$  e  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ .

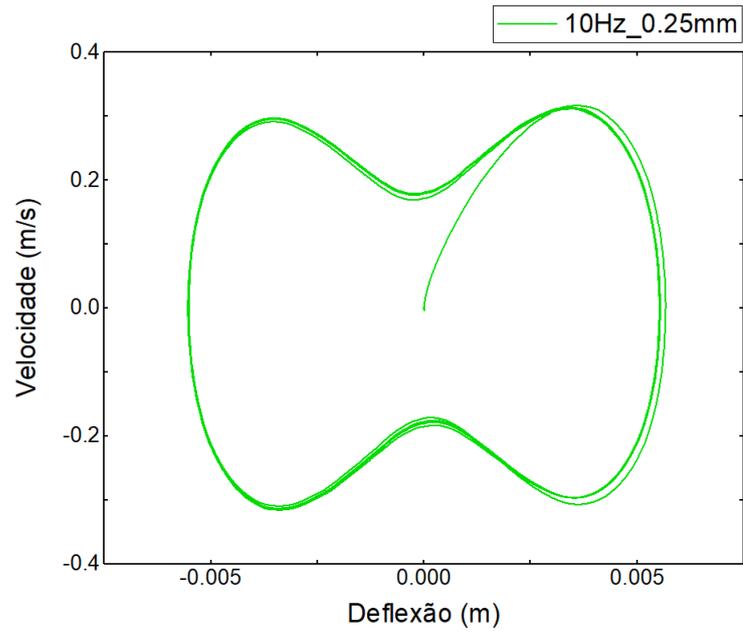
Para uma frequência de vibração  $f = 10 \text{ Hz}$ , observa-se que o dispositivo oscila periodicamente entre os dois pontos de equilíbrio, ao contrário do caso anterior, que se comportava caoticamente. Observa-se também um maior valor eficaz de Potencial Elétrico gerado, o que leva a concluir que o dispositivo gera mais energia nos momentos em que oscila periodicamente entre os dois pontos de equilíbrio. Os comportamentos descritos são mostrados nas figura 6.37, 6.38 e 6.39.



**Figura 6.37** – Comportamento Oscilatório em torno de 2 pontos de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a  $f = 10 \text{ Hz}$  com amplitude  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . Diagrama Deflexão (m) pelo Tempo (s). **(a)** Transiente. **(b)** Permanente.



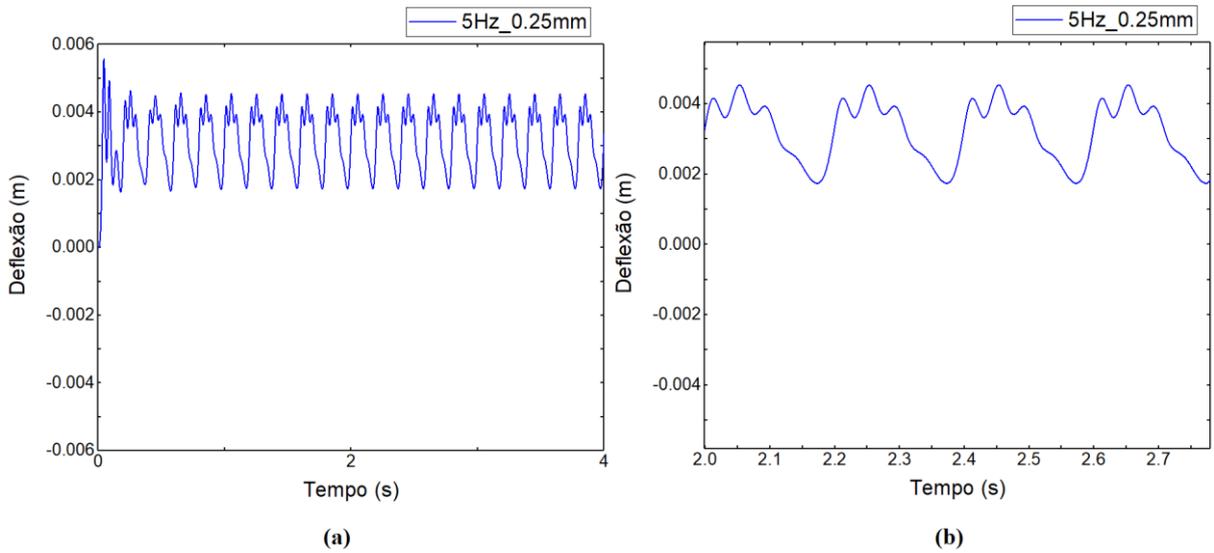
**Figura 6.38** – Potencial Elétrico ao longo do tempo e Potencial Elétrico eficaz ( $V_{rms}$ ) para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a  $f = 10 \text{ Hz}$  e  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . **(a)** Transiente. **(b)** Permanente.



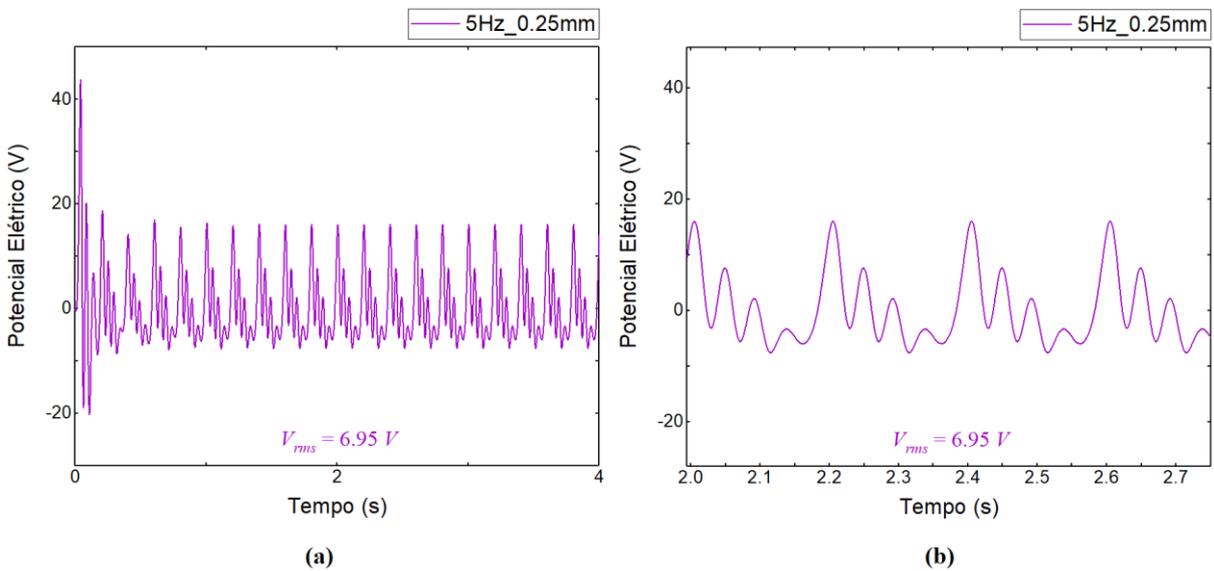
**Figura 6.39** – Comportamento Oscilatório Periódico em torno de 2 pontos de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a  $f = 10 \text{ Hz}$  com amplitude  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ .

Espaço de Fase.

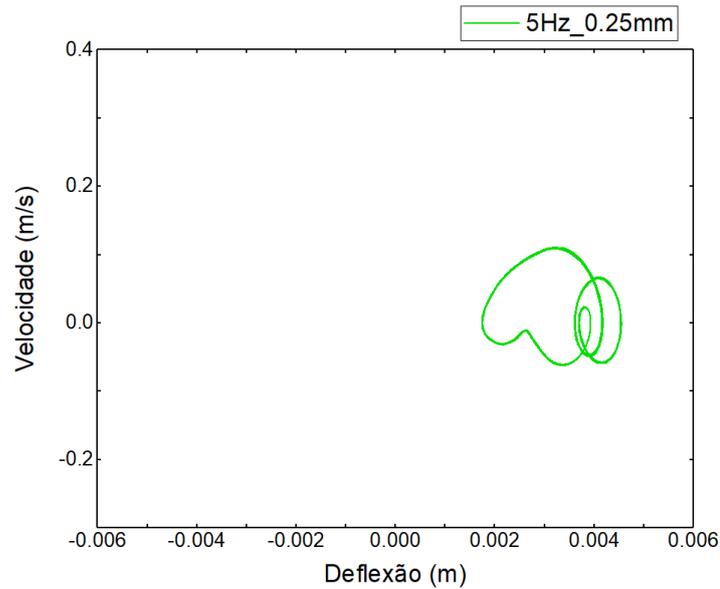
Para frequências de vibração  $f = 5 \text{ Hz}$  e  $f = 30 \text{ Hz}$ , observa-se que o dispositivo volta a oscilar em torno de apenas um ponto de equilíbrio. Observa-se também um valor eficaz menor de Potencial Elétrico em comparação com os dois casos analisados anteriormente, o que leva a concluir que o desempenho do sistema é inferior quando dispositivo oscila em torno de apenas um ponto de equilíbrio.



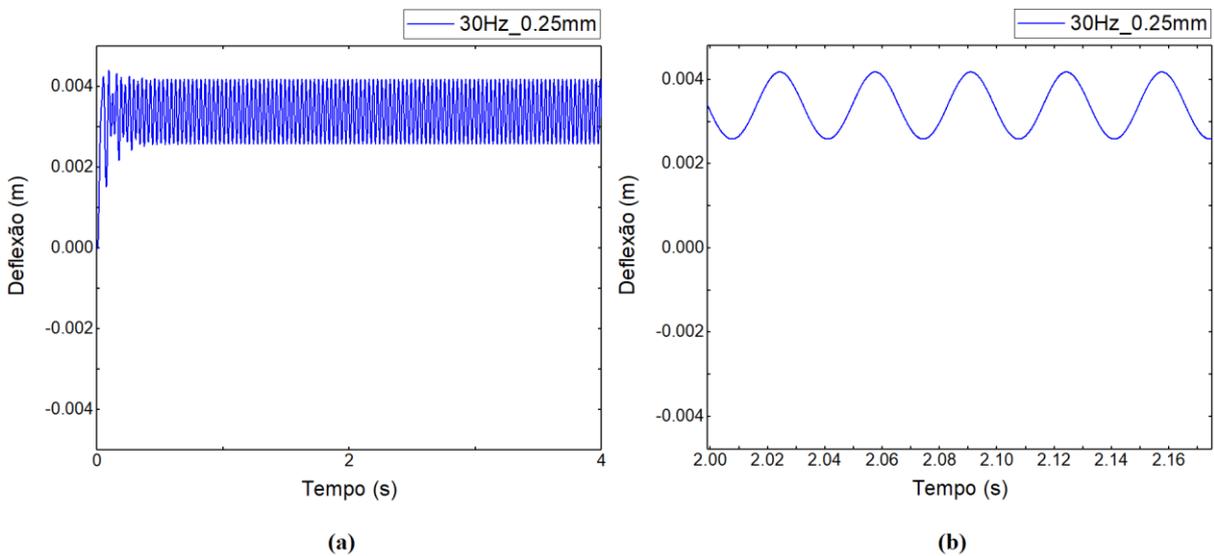
**Figura 6.40** – Comportamento Oscilatório em torno de 1 ponto de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a  $f = 5 \text{ Hz}$  com amplitude  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . Diagrama Deflexão (m) pelo Tempo (s). **(a)** Transiente. **(b)** Permanente.



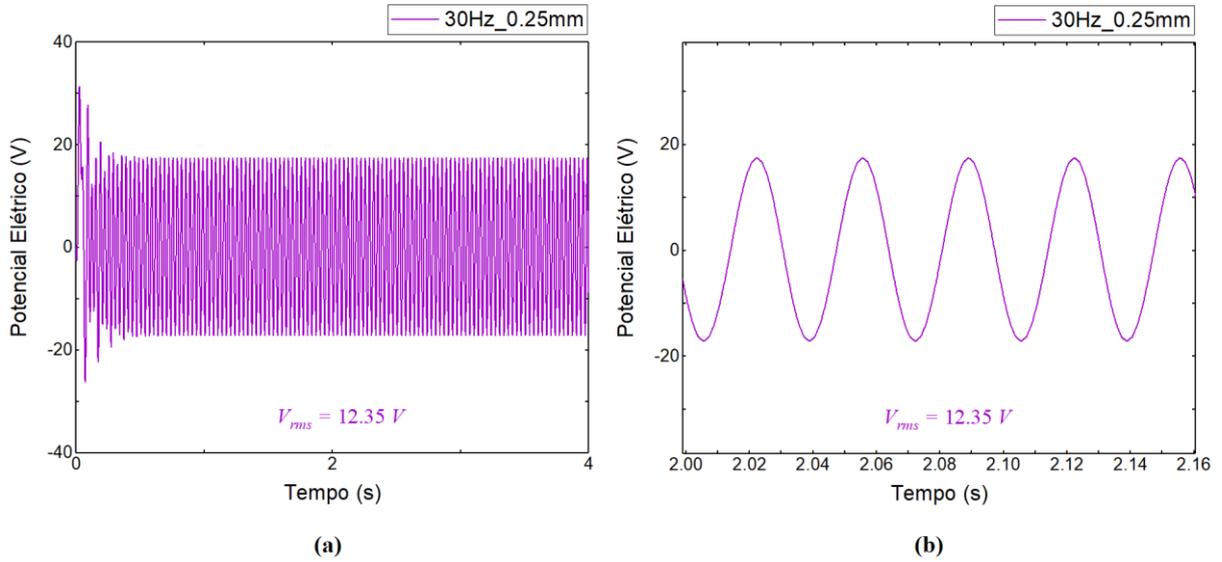
**Figura 6.41** – Potencial Elétrico ao longo do tempo e Potencial Elétrico eficaz ( $V_{rms}$ ) para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a  $f = 5 \text{ Hz}$  e  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . **(a)** Transiente. **(b)** Permanente.



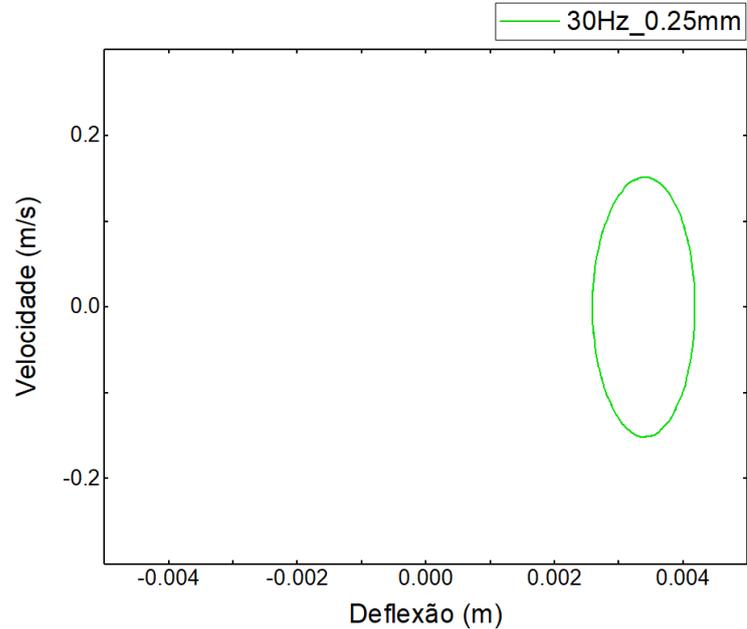
**Figura 6.42** – Comportamento Oscilatório Periódico em torno de 1 ponto de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a  $f = 5 \text{ Hz}$  com amplitude  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . Espaço de Fase.



**Figura 6.43** – Comportamento Oscilatório em torno de 1 ponto de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a  $f = 30 \text{ Hz}$  com amplitude  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . Diagrama Deflexão (m) pelo Tempo (s). **(a)** Transiente. **(b)** Permanente.



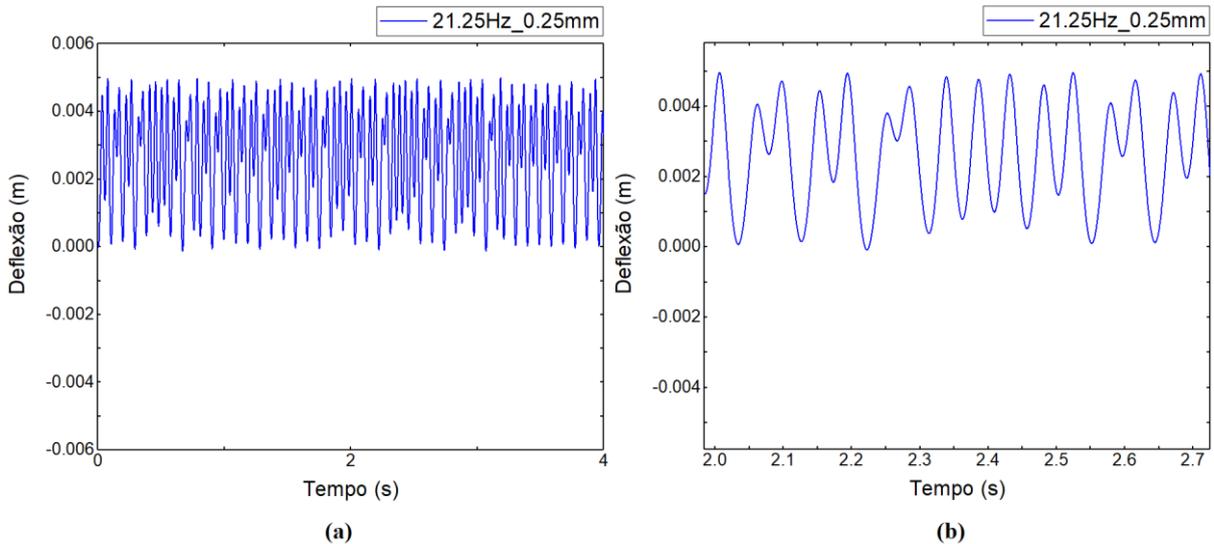
**Figura 6.44** – Potencial Elétrico ao longo do tempo e Potencial Elétrico eficaz ( $V_{rms}$ ) para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a  $f = 30 \text{ Hz}$  e  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . (a) Transiente. (b) Permanente.



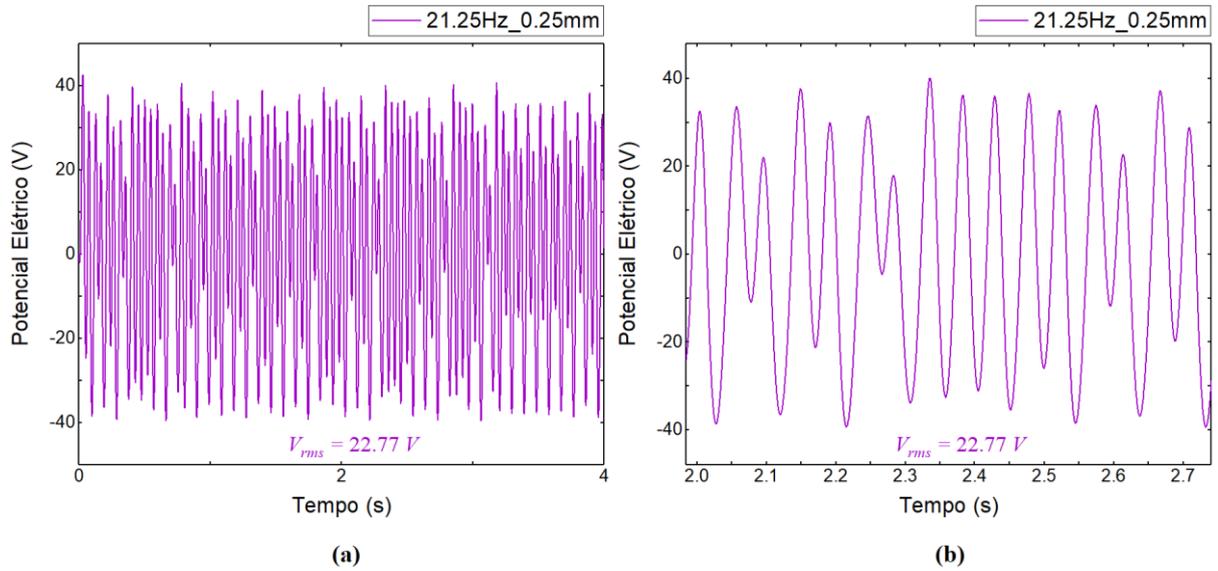
**Figura 6.45** – Comportamento Oscilatório Periódico em torno de 2 ponto de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a  $f = 30 \text{ Hz}$  com amplitude  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ .

Espaço de Fase.

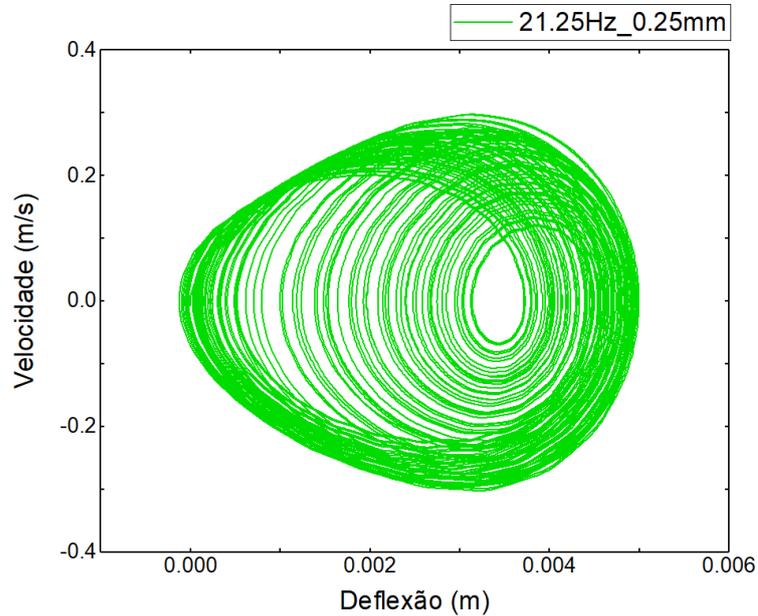
Também é interessante observar o comportamento do dispositivo na iminência de saltar de ponto equilíbrio. O sistema passa do estado oscilatório em torno de 1 ponto para em torno de 2 pontos em algum momento entre  $f = 21,25 \text{ Hz}$  e  $f = 21,2 \text{ Hz}$ . Na iminência, percebe-se um comportamento singular oscilando em torno de um ponto de equilíbrio, onde não é possível, através das análises apresentadas nesse trabalho, determinar se o comportamento é caótico ou se possui muitos períodos. Tal comportamento é ilustrado nas Figuras 6.46, 6.47 e 6.48.



**Figura 6.46** – Comportamento Oscilatório em torno de 1 ponto de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a  $f = 21,25 \text{ Hz}$  com amplitude  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . Diagrama Deflexão ( $m$ ) pelo Tempo ( $s$ ). **(a)** Curva Completa. **(b)** Fração de tempo.



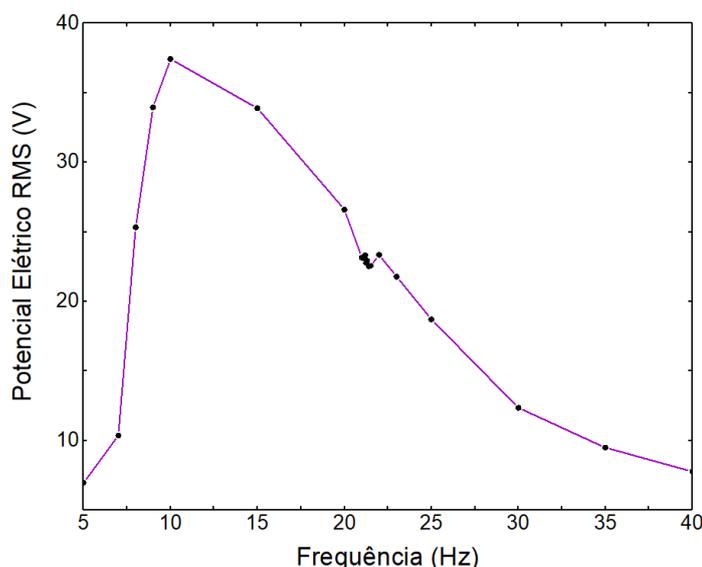
**Figura 6.47** – Potencial Elétrico ao longo do tempo e Potencial Elétrico eficaz ( $V_{rms}$ ) para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a  $f = 21,25 \text{ Hz}$  e  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . (a) Curva Completa. (b) Fração de tempo.



**Figura 6.48** – Comportamento Oscilatório caótico em torno de 1 ponto de equilíbrio para o dispositivo piezomagnetoelástico excitado a  $f = 21,25 \text{ Hz}$  com amplitude  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . Espaço de Fase.

Após essa extensa análise, conclui-se que o comportamento do sistema não-linear possui fases. A primeira fase se dá pela oscilação em torno de 1 ponto de equilíbrio com um desempenho reduzido; na segunda fase, o dispositivo passa a oscilar em torno de 2 pontos de equilíbrio de maneira caótica, o que aumenta consideravelmente o desempenho do sistema; na terceira fase o dispositivo continua oscilando em torno de 2 pontos de equilíbrio, no entanto, periodicamente, fazendo com que o desempenho do sistema alcance seu pico; na quarta fase o dispositivo volta a assumir o comportamento da segunda fase; e finalmente, na quinta fase, o dispositivo volta a assumir o comportamento da primeira fase. Vale apontar que a divisão em fases é apenas uma maneira de determinar os comportamentos globais do dispositivo. Para cada frequência o dispositivo se comporta de uma maneira diferente, sendo muito sensível a mudanças em suas condições iniciais de análise.

A Figura 6.49 mostra o espectro de frequência do sistema não-linear de coleta de energia para o caso estudado, onde  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ . A figura 6.50 compara o espectro de frequência do caso não-linear com o linear para o mesma amplitude de excitação.

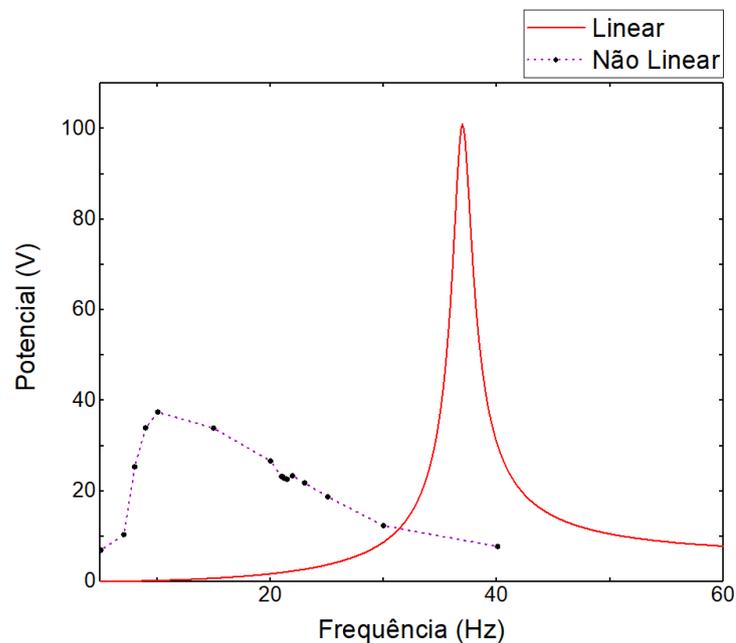


**Figura 6.49** – Espectro de Frequência para amplitude de Potencial Elétrico para  $d_0 = 0,25 \text{ mm}$ .

Observa-se um aumento na largura de banda de frequência, de forma que em um número maior de frequências o dispositivo apresenta melhor desempenho em comparação com o sistema linear, onde somente em um ponto a quantidade de Potencial Elétrico gerado alcança seu pico. Além disso, para qualquer amplitude de excitação imposta no sistema linear, a

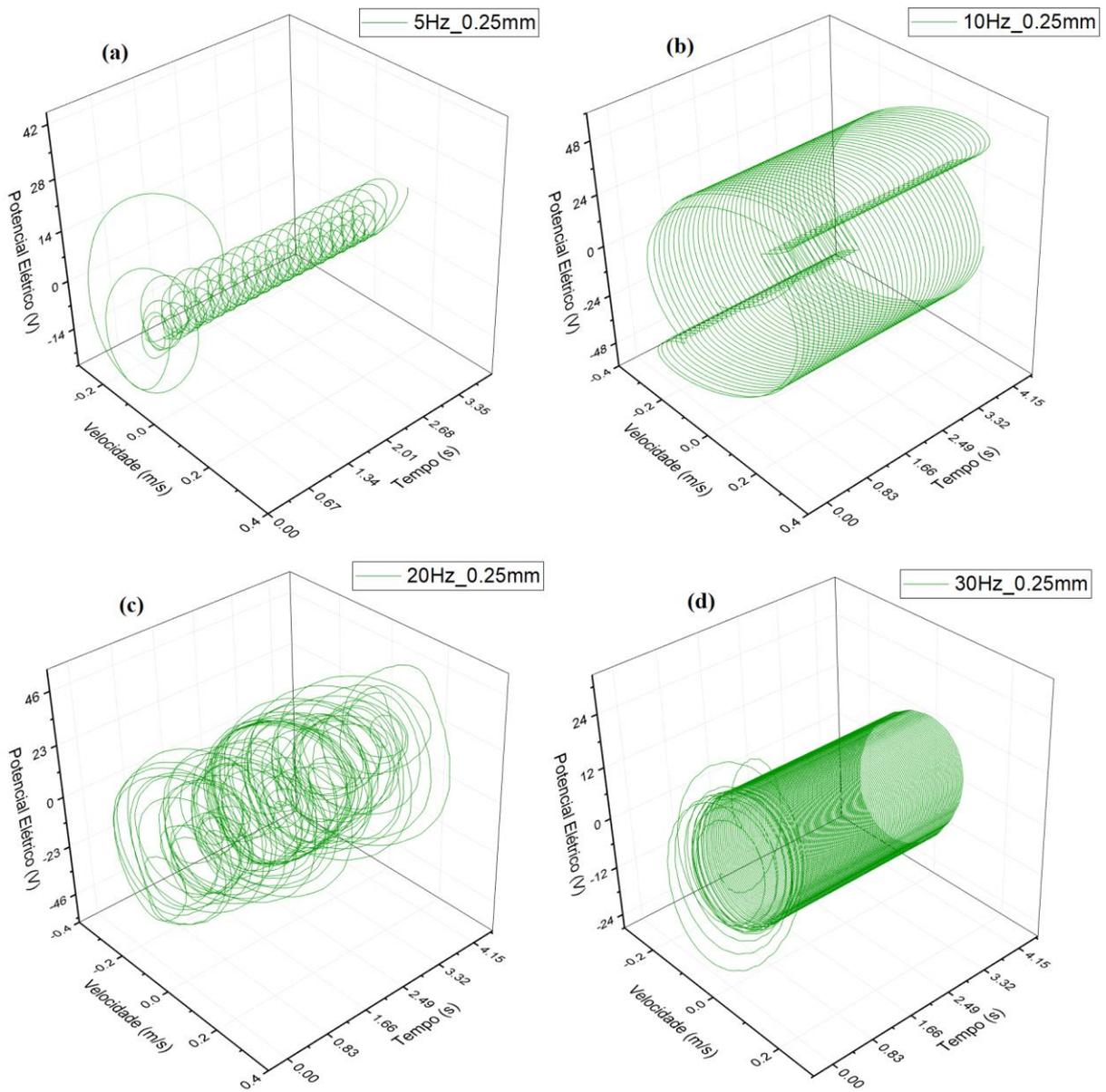
frequência de pico de energia sempre será a mesma. No caso do dispositivo não-linear, ao variar a amplitude de excitação  $d_0$ , a largura de banda tende a variar proporcionalmente, de forma a não se limitar a apenas uma faixa de frequência.

Também é importante notar a região entre 20 Hz e 25 Hz, onde há uma concentração maior de pontos e uma variação brusca na curva. O objetivo em aumentar o número de pontos nessa região foi justamente analisar o que acontece nessa região, que se caracteriza pela fronteira entre mudanças de comportamento do sistema (onde o dispositivo passa a mudar o regime de oscilação de 1 ponto de equilíbrio para 2 pontos de equilíbrio). Observa-se uma instabilidade na curva provocada pela mudança de regime de oscilação.



**Figura 6.50** – Comparação entre espectros de frequências dos dispositivos linear e não-linear para a mesma amplitude de excitação ( $d_0 = 0.25 \text{ mm}$ ).

Os diagramas apresentados a seguir ilustram a como Potencial Elétrico, Velocidade e Tempo se comportam entre si, além de mostrar por um outro ponto de vista as condições de caos e periodicidade. Percebe-se claramente nas frequências de excitação de  $f = 5$  e  $f = 30 \text{ Hz}$  a oscilação em um único ponto de equilíbrio e sua periodicidade. Já em  $f = 10 \text{ Hz}$ , observa-se um regime periódico em torno de dois pontos de equilíbrio. Finalmente, em  $f = 20 \text{ Hz}$ , o caos reina no sistema.



**Figura 6.51** – Diagramas Potencial Elétrico x Velocidade x Tempo para frequências de excitação de base de (a) 5 Hz, (b) 10 Hz, (c) 20 Hz, (d) 30 Hz.

## Conclusões

Esse trabalho trouxe uma extensa análise a respeito dos dispositivos piezelétricos de coleta de energia limpa. Foram analisados experimentalmente e numericamente os casos Piezelástico (linear) e piezomagnetoelástico (não-linear) do sistema com o objetivo de observar seus respectivos comportamentos, semelhanças e diferenças.

Os resultados mostram que os dispositivos piezelásticos (lineares) precisam ser calibrados para serem utilizados de maneira prática, afim de obterem seu máximo desempenho, haja vista que geram um pico de energia somente em condições de ressonância.

Também foi mostrado que existe uma quantidade ideal de resistência elétrica acoplada no sistema para que a geração de energia seja otimizada, alcançando altos patamares.

Os sistemas dinâmicos piezomagnetoelásticos (não-lineares) apresentam uma grande sensibilidade quando se diz respeito às frequências de excitação do ambiente. Observou-se que uma mínima variação de parâmetros e condições iniciais geram bruscas influências nas respostas do sistema, de modo a influenciar diretamente na quantidade de energia gerada.

Concluiu-se que o sistema não-linear possui 5 comportamentos majoritários que ocorrem ao passo que a frequência de excitação de base é aumentada. A primeira fase se configura pela oscilação do dispositivo em torno de um dos pontos de equilíbrio do sistema, de modo a gerar os menores patamares de energia em comparação com as outras fases. A segunda fase se caracteriza pelo salto dinâmico caótico entre os dois pontos de equilíbrio do sistema, gerando quantidades de energia superiores aos da primeira e quinta fases. Na terceira fase é onde ocorre o pico de energia gerada e o sistema oscila entre os dois pontos de equilíbrio de maneira periódica, ocorrendo somente em uma pequena faixa de frequências. A quarta fase se caracteriza por apresentar comportamento semelhante ao da segunda fase. Finalmente a quinta fase se configura por apresentar comportamento semelhante ao da primeira fase.

Portanto o sistema piezomagnetoelástico se mostra muito promissor para a geração de energia limpa, pois com a indução de massas magnéticas é possível observar uma maior faixa de frequência de trabalho, de maneira melhorar o desempenho do sistema em relação as condições de vibração do ambiente. Contudo, devido a sensibilidade e complexidade desse tipo de sistema, e por se tratar de uma fonte de energia limpa alternativa e renovável, são necessários maiores estudos e desenvolvimento para que se possa aproveitar todo o seu potencial.

Por fim, para trabalhos futuros, é sugerida a comparação de resultados entre os métodos de análise experimental e numérico utilizados nesse trabalho para sistemas de mesmo material e geometria, utilizando os mesmas condições iniciais e ambientais, afim de encontrar eventuais limitações das metodologias.

## Referências Bibliográficas

ADEODATO, A. Análise Experimental do Uso de Ligas com Memória de Forma e Materiais Piezelétricos para Geração de Energia, CEFET/RJ, Rio de Janeiro, 2017.

AJITSARIA, J.; CHOE, S. Y.; SHEN, D.; KIM, D. J. Modeling and analysis of a bimorph piezoelectric cantilever beam for voltage generation. *Smart Materials and Structures*, Vol. 16, pp. 447-454, 2007.

ANDÒ, B.; BAGLIO, S.; LATORRE, L.; MAIORCA, F.; NOUET, P.; TRIGONA C. Magnetically-Coupled Cantilevers with Antiphase Bistable Behavior for Kinetic Energy Harvesting. *Procedia Engineering*, Vol. 47, pp. 1065-1068, 2012.

ANSYS Academic, Release 18.2, Element Library, CIRC94.

ANSYS Academic, Release 18.2, Element Library, COMBIN39.

ANSYS Academic, Release 18.2, Element Library, SOLID186.

ANSYS Academic, Release 18.2, Theory Reference, 15.2 Transient Analysis.

ANSYS Academic, Release 18.2, Theory Reference, 15.4 Harmonic Analysis.

ANSYS Academic, Release 18.2, Theory Reference, Coupled-Field Analysis Guide, 2.3 Piezoelectric Analysis.

DE PAULA, A. S.; INMAN, D.J.; SAVI, M. A. Energy Harvesting in a Nonlinear Piezomagnetoelastic Beam Subjected to Random Excitation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 54-55, pp. 405-416, 2015.

ERTURK, A. and INMAN, D. J. On the Mechanical Modeling of Cantilevered Piezoelectric Vibration Energy Harvesters. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 19, 2008a.

ERTURK, A. and INMAN, D. J. A Distributed Parameter Electromechanical model for Cantilevered Piezoelectric Energy Harvesters. *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 130, 041002-1, 2008b.

ERTURK, A. and INMAN, D. J. Issues in Mathematical Modeling of Piezoelectric Energy Harvesters. *Smart Materials and Structures*, Vol. 17, 065016, 2008c.

ERTURK, A. and INMAN, D. J. An Experimentally Validated Bimorph Cantilever Model for Piezoelectric Energy Harvesting from Base Excitations. *Smart Materials and Structures*, Vol. 18, 025009, 2009.

ERTURK, A. and INMAN, D. J. Broadband Piezoelectric Power Generation on High-Energy Orbits of the Bistable Duffing Oscillator with electromechanical coupling. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 330, pp. 2339-2353, 2010.

ERTURK A.; RENNO. J. M.; INMAN, D. J. Modeling of Piezoelectric Energy Harvesting from an L-shaped Beam-mass Structure with an Application to UAVs. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 20, 2009.

FUNASAKA T.; FURUHATA M.; HASHIMOTO Y.; NAKAMURA K. Piezoelectric Generator Using a LiNbO<sub>3</sub> Plate with an Inverted Domain. *IEEE Ultrasonics Symposium*, 1998.

HOOKER, M. T. Properties of PZT-Based Piezoelectric Ceramics Between -150 and 250°C. National Aeronautics and Space Administration (NASA), CR-1998-208708, 1998.

INMAN, D. J.; KARAMI, M. *A Powering pacemakers from heartbeat vibrations using linear and nonlinear energy harvesters*. *Applied Physics Letters*, Vol. 100, 042901, 2012.

JEONG, S.-J.; KIM M.-S.; SONG J.-S.; LEE H.-K. Two-layered Piezoelectric Bender Device for Micro-Power Generator. *Sensors and Actuators*, Vol. A 148, pp. 158-167, 2008.

KIM, J. E.; KIM, Y. Y. Analysis of Piezoelectric Energy Harvesters of a Moderate Aspect Ratio with a Distributed Tip Mass. *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 133, 041010-1, 2011.

KIM, M.; HOEGEN, M.; DUGUNDJI, J.; WARDLE, B. L. Modeling and Experimental Verification of Proof Mass Effects on Vibration Energy Harvester Performance. *Smart Materials and Structures*, Vol. 19, 045023, 2010.

KUMAR, A.; SHARMA, A.; KUMAR. R.; VAISH, R.; CHAUHAN, V. S. Finite Element Analysis of Vibration Energy Harvesting using Lead-free Piezoelectric Materials: A Comparative Study. *Journal of Asian Ceramic Societies*, 2014.

LEO, D.J.; *Engineering Analysis of Smart Materials Systems*, John Wiley & Sons, 2007.

LU, F.; LEE, H. P.; LIM, S. P. Modeling and Analysis of Micro Piezoelectric Power Generators for Micro-electromechanical-systems applications. *Smart Materials and Structures*, Vol. 13, pp. 57-63, 2004.

LUMENTUT, M. F. and HOWARD, I. M. Electromechanical Finite Element Modeling for Dynamic Analysis of a Cantilevered Piezoelectric Energy Harvester with Tip Mass Offset Under Base Excitations. *Smart Materials and Structures*, Vol. 23, 095037, 2014.

MANN, B.P.; SIMS, N.D. *Energy harvesting from the nonlinear oscillations of magnetic levitation*, *Journal of Sound and Vibration*, v.319, p. 515–530, 2009.

MINETO, A. T. *Geração de Energia Através da Vibração Estrutural de Dispositivos Piezelétricos não Lineares*, São Carlos, 2013.

PEREIRA, L. S. *Estudo dos Efeitos Não-Lineares na Geração de Energia Limpa através de Materiais Piezelétricos*, CEFET/RJ, Rio de Janeiro, 2016.

ROUNDY, S. On the Effectiveness of Vibration-based Energy Harvesting. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 16, 2005.

SAVI, M. A. (2006). *Dinâmica Não Linear e Caos*. Rio de Janeiro: E-Papers.

SHEN, D.; AJITSARIA, J.; CHOE, S.-Y.; KIM, D.-J. The Optimal Design and Analysis of Piezoelectric Cantilever Beams for power Generation Devices. *Materials research Society*, Vol. 888, 2006.

SILVA, L. L.; SAVI, M. A.; JR; P. C. C. M.; NETTO, T. A. Effect of the Piezoelectric Hysteretic Behavior on the Vibration-Based Energy Harvesting. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol 24, pp. 1278-1285, 2013.

SILVA, L. L.; SAVI, M. A.; JR; P. C. C. M.; NETTO, T. A. On the Nonlinear Behavior of the Piezoelectric Coupling on Vibration-based Energy Harvesting. *Shock and Vibration*, 739381, 2015a

SILVA, L. L.; OLIVEIRA, S. A.; PACHECO, P. M. C. L.; SAVI, M. A. Synergistic Use of Smart Materials for Vibration-based Energy Harvesting. *The European Physical Journal Special Topics*, Vol 224, pp. 3005-3021, 2015b.

STARNER, T. Human-powered Wearable Computing. IEM Systems Journal, Vol. 35, NOS 3&4, 1996.

UMEDA, M.; NAKAMURA K.; UEHA, S. Analysis of the Transformation of mechanical Impact Energy to Electric Energy Using Piezoelectric Vibrator. Japanese Journal of Applied Physics, Vol. 35, Pt 1, No. 5B, 1996.

UMEDA, M.; NAKAMURA K.; UEHA, S. Energy Storage Characteristics of a Piezo-Generator Using Impact Induced Vibration. Japanese Journal of Applied Physics, Vol. 36, pp. 3145-3151, Pt 1, No. 5B, 1996.

UPADRASHTA, D. and YANG, Y. Finite Element Modeling of Nonlinear Piezoelectric Energy Harvesters with Magnetic Interaction. Smart Materials and Structures, Vol. 24, 045042, 2015.

YATES, R. B. and WILLIAMS, C. B. Analysis of a Micro-Electric Generator for Microsystems. The 8th International Conference on Solid-State Sensors and Actuators, and Eurosensors IX. Stockholm, Sweden, June 25-29, 1995.

WU, X.; KHALIGH, A.; XU, Y. Modeling, Design and Optimization of Hybrid Electromagnetic and Piezoelectric MEMS Energy Scavengers. IEEE 2008 Custom Integrated Circuits Conference (CICC), 2008.

WU, H.; TANG, L.; YANG, Y.; SOH, C.K. A Novel Two-degrees-of-freedom piezoelectric energy harvester. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2012.

YAZID, M. A. F. M.; JAMIL, N.; RAZALI, N. N. H. M.; YUSOFF, A. R. Finite Element Analysis of hybrid Energy Harvesting of Piezoelectric and Electromagnetic. MATEC Web of Conferences, vol. 90, 01039, 2016.

## APÊNDICE A: Lista de Comandos Utilizados para Análise Transiente

### A.1 Aplicando Excitação de Base por Aceleração

```

ANTYPE,4
tDiv = 20
nPeriodos = 60          ! Entre com o Número de Períodos
freq = 40               ! Entre com a frequência
fator = 0.8
a0 = fator*g           ! Amplitude de aceleração
tf = (1/freq)*nPeriodos ! Tempo final
w = 2*pi*freq
d0 = -a0/(w**2)        ! Amplitude de deslocamento
*DO,ii,1,(tDiv*nPeriodos),1
    t=ii*(tf/(tDiv*nPeriodos))    ! Incremento de tempo
    TIME,t
    d = d0*sin(w*t)                ! Carregamento
    NSEL,S,LOC,X,0
    D,ALL,UZ,d
    ALLSEL,ALL,ALL
    TINTP,,0.25,0.5,0.5
    LUMPM,0
    NSUBST,tDiv
    AUTOTS,off
    OUTRES,all,all
    kbc,0
    SOLVE
*ENDDO

```

## A.2 Aplicando Excitação de Base por Deslocamento

```

ANTYPE,4
tDiv = 20
nPeriodos = 60          ! Entre com o Número de Períodos
freq = 40              ! Entre com a frequência
tf = (1/freq)*nPeriodos ! Tempo Final
w = 2*pi*freq
d0 = 0.00025          ! Amplitude de deslocamento
*DO,ii,1,(tDiv*nPeriodos),1
    t=ii*(tf/(tDiv*nPeriodos)) ! Incremento de Tempo
    TIME,t
    d = d0*sin(w*t)          ! Carregamento
    NSEL,S,LOC,X,0
    D,ALL,UZ,d
    ALLSEL,ALL,ALL
    TINTP,,0.25,0.5,0.5
    LUMPM,0
    NSUBST,tDiv
    AUTOTS,off
    OUTRES,all,all
    kbc,0
    SOLVE
*ENDDO

```

### A.3 Definição do Elemento de Mola Não-Linear COMBIN39

D1 = 0	\$	F1 = 0
D2 = 0.001	\$	F2 = -0.2218
D3 = 0.002	\$	F3 = -0.41639
D4 = 0.003	\$	F4 = -0.58555
D5 = 0.004	\$	F5 = -0.71144
D6 = 0.005	\$	F6 = -0.82213
D7 = 0.006	\$	F7 = -0.87756
D8 = 0.007	\$	F8 = -0.90479
D9 = 0.008	\$	F9 = -0.90047
D10 = 0.009	\$	F10 = -0.85637
D11 = 0.01	\$	F11 = -0.79664
D12 = 0.011	\$	F12 = -0.70812
D13 = 0.012	\$	F13 = -0.61427
D14 = 0.013	\$	F14 = -0.50662
D15 = 0.014	\$	F15 = -0.39246
D16 = 0.015	\$	F16 = -0.30106
D17 = 0.016	\$	F17 = -0.20024
D18 = 0.017	\$	F18 = -0.10769
D19 = 0.018	\$	F19 = -0.03344
D20 = 0.019	\$	F20 = 0.062

ET,4,COMBIN39

KEYOPT,4,1,0

KEYOPT,4,2,0

KEYOPT,4,4,1

KEYOPT,4,6,0

R,4,D1,F1,D2,F2,D3,F3

RMORE,D4,F4,D5,F5,D6,F6

RMORE,D7,F7,D8,F8,D9,F9

RMORE,D10,F10,D11,F11,D12,F12

RMORE,D13,F13,D14,F14,D15,F15

RMORE,D16,F16,D17,F17,D18,F18

RMORE,D19,F19,D20,F20